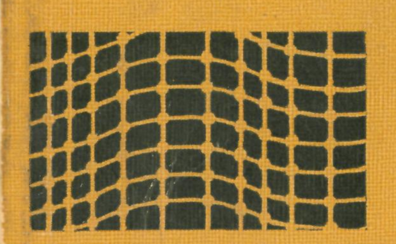
ciencia popular



Mecánica de la destrucción



De la teoría a la práctica

V. Z. Partón

Aplicando la mecánica de la destrucción resulta que el cálculo de una pieza real que siempre contiene defectos no es más difícil que el cálculo tradicional de la resistencia.

Editorial · Mir · Moscú

V. Z. Partón

Mecánica de la destrucción

De la teoría a la práctica



Editorial Mir Moscú

Traducido del ruso por Consuelo Fernández Alvarez, Licenciada en Ciencias Físicas

Impreso en la URSS

На испанском языке



ISBN 5-03-000689-3

Índice

Prefacio

Al elegir la mecánica de la destrucción como tema para escribir el presente libro, me imaginé ante todo dos montañas. La montaña a la izquierda es el problema de la destrucción puramente académico que se precipita bruscamente hacia arriba. La montaña que se levanta a la derecha es la demanda que exige la práctica en garantizar la seguridad y la fiabilidad. Entre las rocas se encuentra el sendero que cursa por un valle profundo y largo y conduce hacia arriba. Desearía en este libro paso a paso recorrer dicho sendero que nos conduce a la cresta para ver lo que se halla a la derecha y a la izquierda simultáneamente, y en una forma accesible relatar sobre el revés histórico del mencionado camino, sobre los problemas que surgen aquí y los medios de solucionarlos. Además quisiera transmitir a nuestro lector ese entusiasmo y animación en nuestras investigaciones científicas que permitieron en un plazo muy corto crear una nueva ciencia sobre la resistencia, es decir, la mecánica de la destrucción.

La destrucción de por sí misma es un fenómeno muy complicado de la naturaleza, inherente, prácticamente a todos los procesos que transcurren en la Tierra y conocido desde el momento que apareció el *homo*

sapiens. La destrucción infunda a las personas tanto alegría (extracción de las inclusiones valiosas al destruirse las rocas, facilidad de la destrucción al cortar los metales, etc.), como sufrimiento y amargura, relacionados con colosales pérdidas materiales y muertes de hombres (catástrofes en el aire, en la tierra y en el agua).

La propiedad del hombre de percibir por supuesto lo bueno y no olvidar lo malo condujo a que en lo principal la destrucción se considera como categoría totalmente no estética y los principales esfuerzos se dirigen a luchar contra ella. Las pérdidas continuas de las destrucciones son enormes. Uno de los laboratorios del Instituto de Batel (ciudad de Columbus, estado Ohio) realizó una investigación para determinar los gastos sumarios en la economía de EE.UU. relacionados con la indemnización de las destrucciones impreconcebidas, así como con las medidas dirigidas a prevenir las destrucciones. Toda la suma de los gastos fue dividida en tres partes: 1) las pérdidas, ligadas con la introducción insuficiente de los métodos modernos de cálculo, control y de la tecnología, así como con el uso de las normas y estándares arcaicos; 2) las pérdidas que hubiesen podido ser prevenidas, elaborando e introduciendo métodos científicos modernos; 3) las pérdidas, cuya eliminación se hará posible solamente después de obtener materiales principalmente nuevos «sin defectos» y de alta resistencia mecánica. En 1978 los gastos

totales relacionados con la destrucción alcanzaron en EE.UU. 88 mil millones de dólares, es decir, un 4 por 100 del producto nacional bruto (26, 21 y 41 mil millones de dólares de acuerdo con los rasgos indicados). En 1982 los gastos totales se estiman en 119 mil millones de dólares, es decir, de nuevo un 4 por 100 del producto nacional bruto (las partes correspondientes de los gastos son 35, 28 y 56 mil millones de dólares).

Pero cuantas pérdidas no cause la destrucción, ella no es omnipotente y el hombre aprendió, conociendo las causas y el carácter de la destrucción posible, construir aparatos, dispositivos y máquinas no sólo extremadamente ligeros y baratos, sino lo suficientemente resistentes. De esta manera el problema de destrucción se convirtió en el problema central de la teoría de la tenacidad y de la resistencia de los materiales.

Estudiando más de 25 años los problemas de la resistencia mecánica y destrucción, el autor se convenció múltiple de veces en el «carácter multiforme» de las regularidades que se estudian aquí, lo que originó los enfoques, las terminologías y procedimientos, específicos para cada ciencia, de resolver las tareas, relacionadas con la determinación de la resistencia mecánica a la destrucción. Ello conduce con frecuencia a que los especialistas de ramas vecinas que resuelven unas mismas tareas, no se comprendan entre sí. Esta misma diversidad

no permite en un libro tan pequeño ofrecer la descripción completa de un fenómeno tan complejo como es la destrucción. Por esta razón nos limitaremos a una exposición breve y, según las fuerzas y capacidades, en forma asequible de los principios de la mecánica de la destrucción (que utiliza las fundamentales ideas, leyes y métodos de la mecánica del medio continuo) y sus aplicaciones a los cálculos de la resistencia mecánica para los elementos de las construcciones y máquinas. Semejante enfoque fue el que determinó el título del libro: «Mecánica de la destrucción. De la teoría a la práctica».

El libro está destinado a un lector ávido de saber que en un grado mínimo conoce los principios de la mecánica y las matemáticas. El autor intentó escribirlo de manera que éste atraiga la atención de los futuros investigadores hacia un problema interesante, pero aún poco estudiado, y sea útil tanto a los estudiantes y postgraduados, como a los colaboradores científicos e ingenieros para trabar el primer conocimiento con los principios de la mecánica de la destrucción y sus aplicaciones.

CAPÍTULO I.

Resistencia mecánica y destrucción

§ 1. ¿Qué es la resistencia mecánica y la destrucción?

Desde los tiempos remotos el hombre choca con los problemas de la resistencia mecánica y destrucción. Sin embargo, durante largo tiempo los conocimientos sobre la resistencia y destrucción de los materiales y edificaciones se acumulaban de modo casual, se transmitían de generación en generación como secretos de oficio y más bien pertenecían al arte que conocemos por los maravillosos conjuntos arquitectónicos que nos sorprenden hasta hoy día. En primer lugar son «Las Siete maravillas del Mundo», es decir, la estatua de Júpiter Olímpico, los jardines y murallas de Babilonia, el sepulcro de Mausoleo en Halicarnaso, el Coloso de Rodas, el faro de Alejandría, el templo de Artemisa (o Diana, según los romanos) en Éfeso y, por fin, los monumentos más antiguos y los únicos que llegaron hasta nosotros, las pirámides de Egipto. Por lo visto, al crear dichos conjuntos, la gente chocaba inevitablemente con los interrogantes: ¿cómo hacerlos resistentes y de qué manera evitar la destrucción?

Pero ¿qué es la resistencia? Por regla general, se comprende como resistencia (mecánica) la capacidad de los cuerpos permanecer enteros en el transcurso de un tiempo suficientemente largo, sin destruirse. En el diccionario razonado de la lengua rusa de Vladímir Dahl este concepto se interpreta como «útil en el futuro», o sea, es la característica de los cuerpos como si fuese «en caso de necesidad». Sabemos que todos los cuerpos, independientemente de si están en estado sólido o líquido, poseen resistencia (en un grado u otro). Todo posee resistencia: el agua, el hielo y la piedra; la célula, el pelo humano, el vaso sanguíneo y el hueso; el átomo, la molécula y el cristal, etc. Contestando a la pregunta «¿es resistente o se destruye?», estamos resolviendo el problema «¡ser (lo que es indispensable para la existencia de todo lo vivo e inanimado) o no ser!».

Y ¿qué es la destrucción? Es fácil y al mismo tiempo difícil contestar a esta pregunta. Se quiere inmediatamente citar ejemplos de ciertas destrucciones desastrosas que conoce la humanidad y que invocan frenéticamente: ¡hay que luchar contra la destrucción! Al admirar los magníficos conjuntos arquitectónicos, no hay que olvidar las terribles averías, cuya prevención en el futuro estaba relacionada con el análisis de las causas de la destrucción ocurrida.

El historiador romano Publio Cornelio Tácito describe una de las semejantes averías que tuvo lugar en el año 27 de nuestra

era, durante la cual fallecieron y quedaron heridos 50 000 personas. Dice que «en el consulado de Marco Licinio y Lucio Sexto... una catástrofe inesperada tuvo más víctimas que una guerra sangrienta... Un tal Atilio, liberto, encargándose de la construcción de un anfiteatro en Fidias para presentar en él las batallas de gladiadores, puso sus cimientos en un suelo inseguro y levantó sobre éste un edificio de madera insuficientemente tenaz... A este lugar confluían hombres y mujeres ávidos de semejantes espectáculos privados en la gobernación de Tiberio casi totalmente de distracciones de este tipo, gente de diversa edad que se acumuló tanto más por el hecho de que esa ciudad estaba cerca de Roma. Eso redobló la gravedad de la catástrofe estallada, ya que el enorme edificio repleto de un sinnúmero de personas, al pandearse, comenzó a derrumbarse, llevando tras sí y sepultando bajo sus restos una inmensa cantidad de personas, tanto a las que apasionadas miraban el espectáculo, como a aquellas que se encontraban alrededor del anfiteatro». Como testificó el Senado de Roma las causas de la avería eran el incumplimiento de las leyes de construcción y la insuficiente investigación de la fiabilidad del suelo.

El siglo XIII... En la ciudad francesa de Beauvais se derrumbó la torre de una de las catedrales góticas más grandes construida por todos los canones de la arquitectura gótica clásica y con toda la posible precaución, pero desconociendo las leyes de

la resistencia de las estructuras portantes (por ejemplo, las relaciones entre las longitudes de los tramos y las áreas de las secciones).

En general, las destrucciones catastróficas han sucedido prácticamente de manera continua, incluso hasta hoy día. Con más frecuencia se derrumban los puentes. El 14 de marzo de 1938, habiendo un tiempo frío y prácticamente sin una carga de fuerza, se derrumbó el puente soldado de carretera a través del canal Alberto en Hasselt (Bélgica), en 1940 tuvo lugar la catástrofe del puente de Tacoma (fig. 1) en EE.UU., y en 1962 se destruyó el Puente Real en Melbourne (Australia). En todos estos casos la investigación estableció que la causa de las catástrofes fueron los errores durante la proyección, es decir, la consideración no completa de las cargas en acción que han conducido a las vibraciones imprevistas y resonancias, asimismo los conocimientos insuficientes de las leyes de la resistencia y destrucción de las estructuras.

La mayoría de los derribos de los puentes transcurrían durante impetuosas tormentas, con frecuencia inesperadamente y con gran cantidad de víctimas humanas, mientras que la catástrofe mencionada, la más grande en la historia de la construcción de puentes, en EE.UU., del puente a través del río Tacoma no tuvo víctimas e incluso fue filmada. Esta cinta única que ofreció una cantidad de material valioso para investigar las causas de la avería, se utiliza en todo el

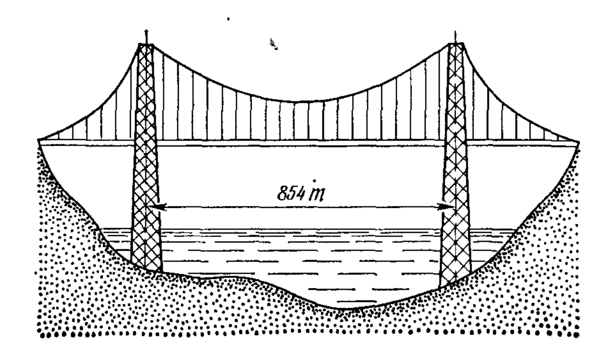


Fig. 1. Puente del Tacoma.

mundo a título de película de enseñanza para los estudiantes. El puente de Tacoma, construido en verano de 1940, poseía un tramo de 854 m, el tercero del mundo según su tamaño, recubierto por un puente colgante, bastante estrecho, con la parte transitable de sección en H de 2,4 m de altura y unos 12 m de anchura, calculado para el movimiento de los automóviles en dos filas. Casi inmediatamente después de ser construido, se descubrió una gran sensibilidad que inspiraba alarma, a las ráfagas de viento que provocaban vibraciones con una amplitud de hasta un metro y medio. Los intentos infructuosos de introducir enlaces complementarios e instalar amortiguadores hidráulicos de vibraciones en los pilares del puente ya no podían evitar la catástrofe que sucedió el 7 de noviembre de 1940. Desde las 10 de la mañana, siendo la velocidad del



Fig. 2. Oscilaciones de la travesía del puente del Tacoma una hora antes de la catástrofe.

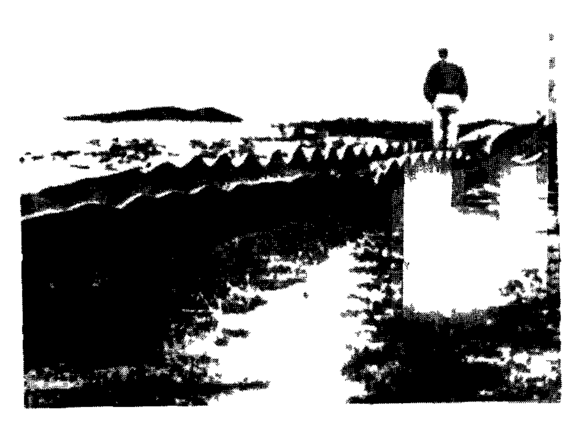


Fig. 3. Grieta en el gasoducto principal

viento de unos 19 m/s, se establecieron vibraciones de flexión-torsión mononudo con un período de unos 5 s y una amplitud extremadamente grande, tal que el ángulo de inclinación de la parte transitable con relación al horizonte alcanzaba hasta 45° (fig. 2). Después de estar vibrando una hora una parte de la vía transitable se rompió y se derrumbó al agua. El análisis de la catástrofe indicó la necesidad del cálculo dinámico de los puentes, pues el pobre puente de Tacoma fue calculado para una carga estática del viento que sopla con una velocidad de 50 m/s. En la actualidad en el lugar del puente anterior funciona uno de 18 m de anchura, cuya parte transitable tiene una sección en U de 10 m de altura. Las vigas de alma llena que servían para disminuir la amplitud de las perturbaciones aerodinámicas se sustituyeron en el nuevo puente por armaduras continuas.

Las grandes pérdidas materiales están relacionadas con la destrucción de los gasoductos troncales (fig. 3), donde la fisura destructora con frecuencia recorre varios kilómetros a una velocidad de 1...2 km por segundo. Pero sobre todo las pérdidas irreparables relacionadas con víctimas, ocurren al destruirse los aviones y barcos. El vuelo del primer reactor del mundo (serie «Comet», Inglaterra) que explotó en el aire, condujo a la muerte de la tripulación, con la particularidad de que después de la catástrofe aérea se logró recoger 250 mil despojos. Como diríamos ahora lo que provocó la

catástrofe fue el desarrollo prácticamente simultáneo e impetuoso de una gran cantidad de fisuras sin orientación. Las posteriores averías de los reactores comerciales de esta clase obligaron a los ingenieros a diseñar una enorme caja de torsión, cuya cámara interior se sometía a cargas que simulaban las condiciones del vuelo, aterrizaje, despegue y la acción del motor a chorro. Los ensayos dieron la posibilidad de detectar las fisuras llamadas de fatiga que comienzan en la superficie de la ventanilla y crecen hasta dimensiones críticas *).

A finales de 1942 llegaron las primeras señales sobre las serias destrucciones inesperadas de varios barcos estadounidenses tipo «Liberty» que hubo que remolcar al puerto para la reparación. Primeramente dichas averías se atribuyeron a las casualidades del tiempo de guerra, sin notar los problemas ingenieriles y científicos que surgieron aquí. Convencerse de la opinión errónea obligó la avería del buque cisterna «Schenectady» que (después de las exitosas pruebas en el mar) el 16 de enero de 1943, al regresar al puerto, de repente se partió en dos partes. La fisura apareció en el ángulo agudo de la escotilla de la cubierta, pasando prácticamente de modo casi instantáneo a través de la cubierta y por ambos bordes del cuerpo

---

*) Es interesante que la historia con los aviones «Comet» se ha reproducido totalmente en 1951 en la película «El viaje a lo fantástico» con la participación de Marlene Dietrich y James Stewart.

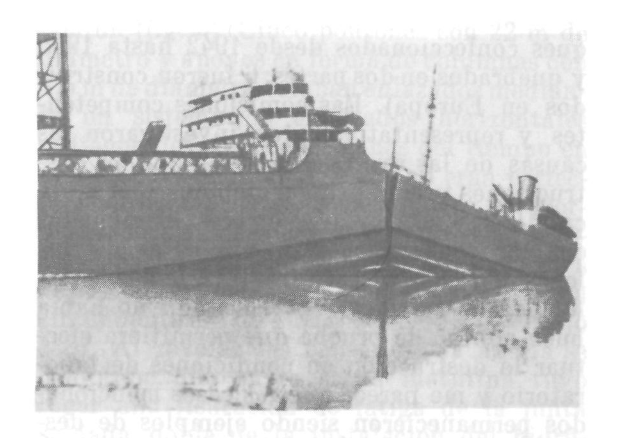


Fig. 4. Avería del petrolero «Schenectady» (enero de 1943).

hasta la obra viva junto a la misma quilla (fig. 4). Todo ello ocurrió durante un tiempo sin viento a temperatura del aire de 3 °C bajo cero y temperatura del agua de 4,5 °C sobre cero. Aproximadamente en las mismas condiciones el 29 de marzo de 1943 en el canal Ambroso en las inmediaciones de New York se rompió por la mitad otro buque de la misma clase «Manhattan» confeccionado siete meses antes de construcción análoga, a excepción de instalar una cubierta de despegue. En general, en EE.UU. hasta el final de 1958 se registraron 319 averías e importantes destrucciones de barcos. En Inglaterra, Dinamarca, RFA, Suecia y otros países se registraron también las destrucciones frágiles de los barcos (por ejemplo, de 28 bu-

ques confeccionados desde 1942 hasta 1965 y quebrados en dos partes, 6 fueron construidos en Europa). Las comisiones competentes y representativas que investigaron las causas de las averías señalaron que las destrucciones tuvieron lugar debido a la mala calidad del acero y a los errores relacionados con los conocimientos insuficientes de las leyes de la destrucción frágil. Además, señalemos que en aquel entonces aún no había buen equipo de prueba que permitiera efectuar la destrucción en condiciones de laboratorio y me parece que los casos mencionados permanecieron siendo ejemplos de destrucciones que no se podían ni pronosticar, ni investigar con suficiente rigor después de realizarse las averías.

El relato sobre las destrucciones catastróficas se podría continuar en realidad hasta hoy día (si no se está al corriente de las diversiones que se preparan para mañana o pasado mañana). Pero nos limitaremos con sólo unas historias más que ocurrieron «en estos días» en el mar y en la tierra.

El 27 de marzo de 1980 la plataforma flotante Alexander L. Kielland sufrió una avería durante la tempestad en el Mar del Norte que condujo a la muerte de 123 personas. La plataforma A. L. K. con una torre de sondeos, una de las 11 estructuras pentagonales semisumergidas elaboradas en Francia en 1960 y construidas durante 1960...1977, tenía en el plan las dimensiones 103 × 99 m y una altura de 40,5 m del vértice de la cubierta hasta la base del

pontón (fig. 5). Cinco pontones con 22 m de diámetro y apoyos en forma de columnas con 8,5 m de diámetro estaban enlazados mediante un sistema de entubados horizontales y diagonales. Las condiciones del tiempo en el momento de la catástrofe no eran perfectas, pero sin ser críticas para el Mar del Norte: la marejada era de 9...11 puntos (la velocidad del viento, de 16 ... 20 m/s), la altura de las ondas, de 6 a 10 m y la temperatura circundante era de 4 °C sobre cero a 6 °C bajo cero. Al revelar las causas de la avería se comprobó que en la etapa matutina tuvo lugar una fisuración de fatiga de la junta soldada doble de la instalación del hidrófono, lo que causó la insuficiente resistencia mecánica y llevó a la destrucción de la sujeción *D 6*, unida con la plataforma mediante otras cinco sujeciones. La plataforma se inclinó a 30 ... 35° de la posición horizontal y la torre de sondeo comenzó a sumergirse lentamente en el agua. En los siguientes 20 minutos la sumersión fue acompañada por un balanceo complementario que aumentaba poco a poco a medida de que el agua inundaba la cubierta y las columnas *C* y *E* a través de los agujeros abiertos (puertas, ventiladores, etc.). Luego la torre de sondeo se tumbó totalmente, siguiendo flotando en posición volcada con cuatro pontones visibles. El apoyo *D* separado por completo también resultó hundido.

En la Unión Soviética la destrucción origina también grandes pérdidas en la economía. Ofreceré algunos ejemplos de las

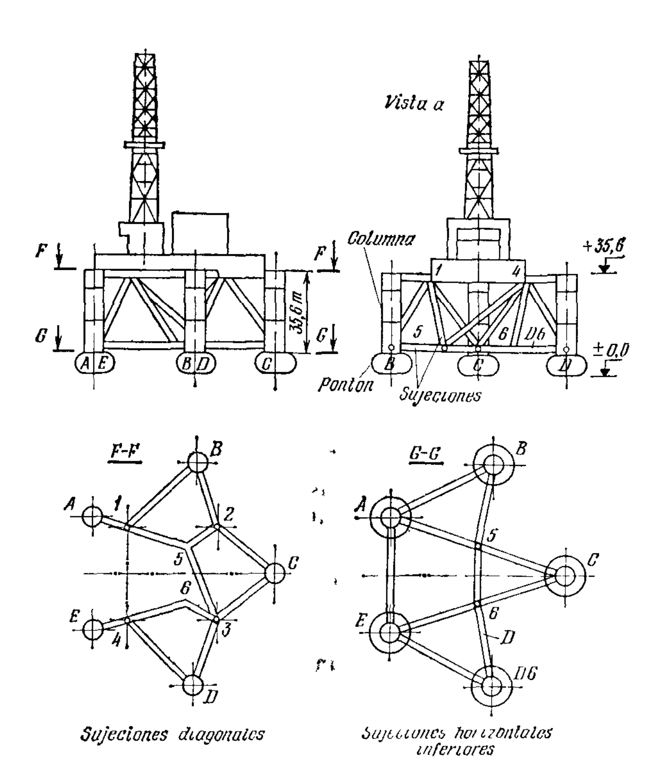


Fig. 5. Plataforma Alexander L. Kielland.

destrucciones que tuvieron lugar en la industria química y en la fabricación de abonos minerales. La fig. 6 muestra el depósito de almacenamiento de ácido fosfórico en la planta de aluminio de Vóljov. El aparato fue instalado en una plazoleta a cielo abierto sin aislamiento térmico. Después de diez

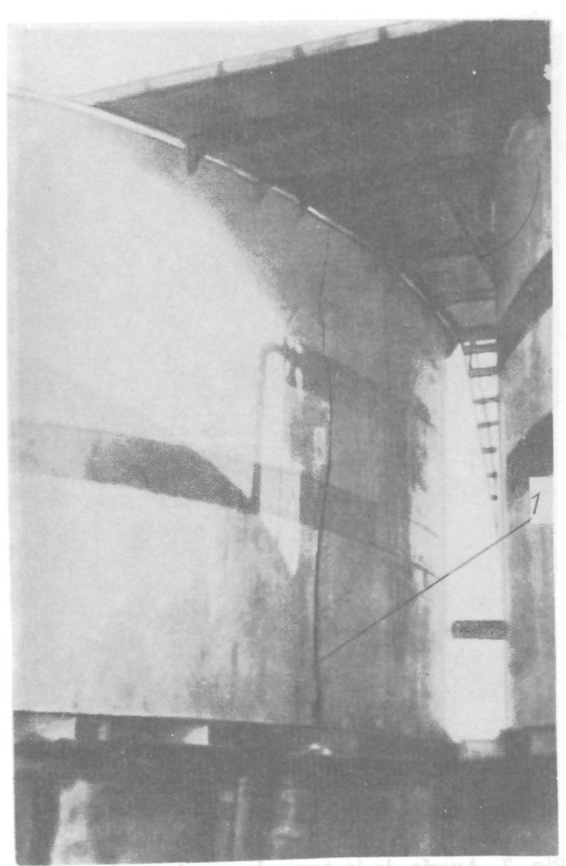


Fig. 6. Avería del depósito del ácido fosfórico en la planta de aluminio en Vóljov (enero de 1974) (*1*—grieta).

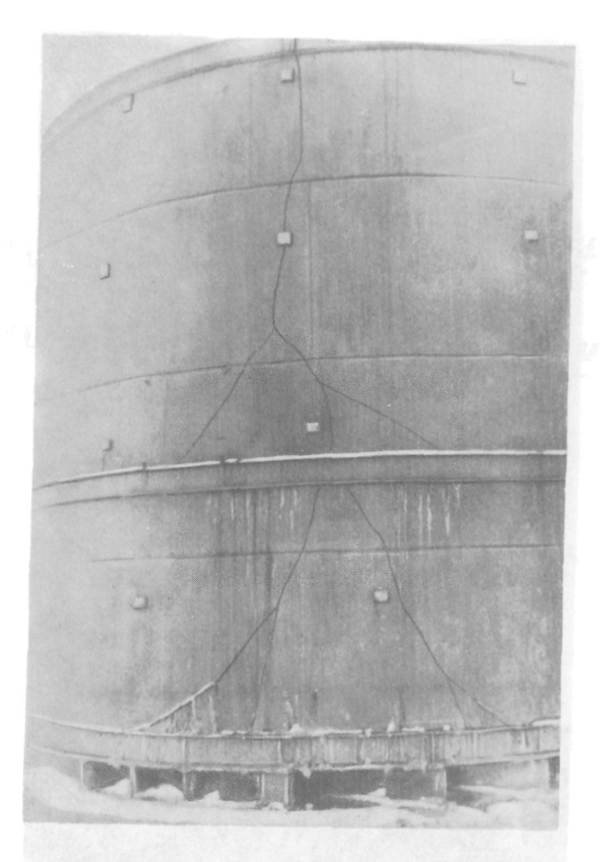


Fig. 7. Avería de la torre de secado en la planta química de Cherepovéts (diciembre de 1978).

años de explotación, en enero de 1974 se le paró para reparar la capa protectora. Siendo reparado, al verter el ácido (a temperatura

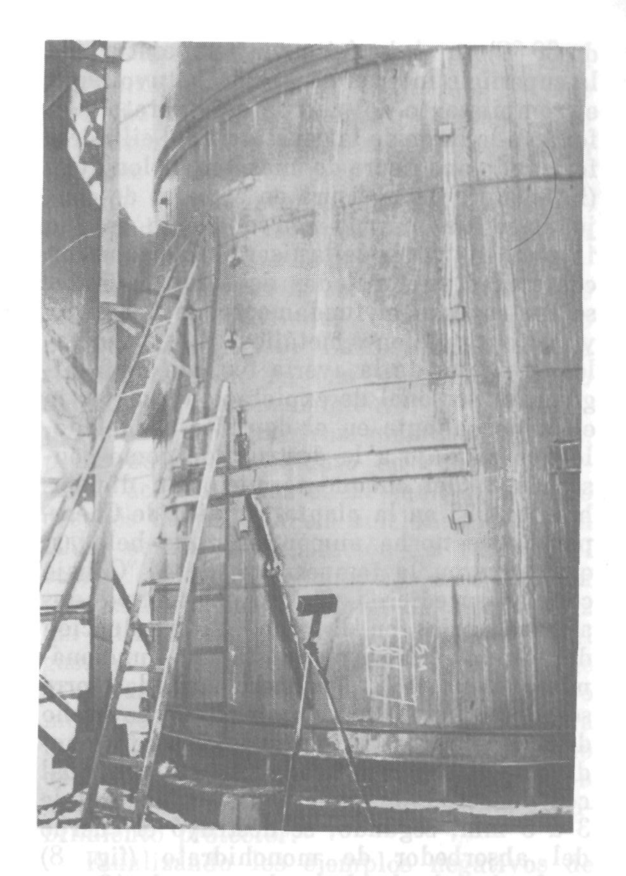


Fig. 8. Avería del cuerpo del absorbedor en la planta química de Cherepovéts (diciembre de 1978).

de 60 °C) *en el depósito con temperatura* de la superficie interna de — 28 °C, tuvo lugar el rompimiento del cuerpo del aparato y el fondo a lo largo de la generatriz del cilindro, formando una fisura de unos 3 m de longitud (la anchura de la fisura en el lugar de conjugación del cuerpo con el fondo era de 15 mm). A través de la fisura se derramaron centenares de toneladas de ácido caliente, se destruyeron el fundamento de hormigón y las construcciones metálicas. Los principales culpables de la avería fue, sin duda alguna, el personal de explotación que virtió el ácido caliente en el depósito congelado, lo que condujo a la destrucción como consecuencia del choque térmico. En diciembre de 1977 en la planta química de Cherepovéts *de noche aumentaron las heladas,* que lograron la temperatura de 44 °C bajo cero y sucedieron al mismo tiempo dos averías serias en la línea de producción del ácido sulfúrico puesta en funcionamiento en 1977: primero, en la torre secadora (fig. 7) se rompió el cuerpo hecho de chapa de acero de 10 mm de grosor formando una fisura ramificada vertical principal con longitud de unos 7 m y anchura de 3 a 5 mm, segundo, se destruyó el cuerpo del absorbedor de monohidrato (fig. 8) confeccionado de chapa de acero de 12 mm de grosor, formando una fisura a lo largo de la generatriz del cilindro con longitud de unos 4 m. Claro está que la causa de dichas averías fue la gran diferencia de temperaturas, pues *la temperatura del ácido*

dentro de los aparatos superaba 70 ... 80 °C. La cantidad del ácido derramado en este caso fue incomparablemente menor, pero sin embargo las pérdidas económicas fueron enormes debido al paro de toda la producción más de un mes. Por fin, en la entidad industrial «Jimvoloknó» de Riazán se averió el lavador de gas (la torre lavadora) para regenerar la solución del baño de precipitación mediante el procedimiento por contacto (fig. 9). La instalación estaba situada también en una plazoleta a cielo abierto sin termoaislamiento, pero el cuerpo estaba protegido con plomo en chapas, poliisobutileno, amianto en chapas y ladrillo ácidorresistente. Al cabo de un año después de ponerla en funcionamiento, en 1975, ocurrió la separación del fondo y el cuerpo. Al mismo tiempo apareció también una fisura vertical a lo largo de la generatriz del cilindro en la zona de inmediación del gasoducto y el cuerpo. La destrucción fue acompañada de la inflamación del cuerpo metálico, lo que llevó a la ruptura de toda la capa protectora. Por lo visto, como causa de la avería sirvió la interacción química del medio corrosivo con el recubrimiento protector.

Finalizando los ejemplos negativos de la destrucción con que es necesario luchar, enunciemos algunos problemas en los cuales los aspectos positivos de la destrucción pueden utilizarse y que están esperando su solución. Entre ellos se encuentran la realización del análisis teórico y experi-

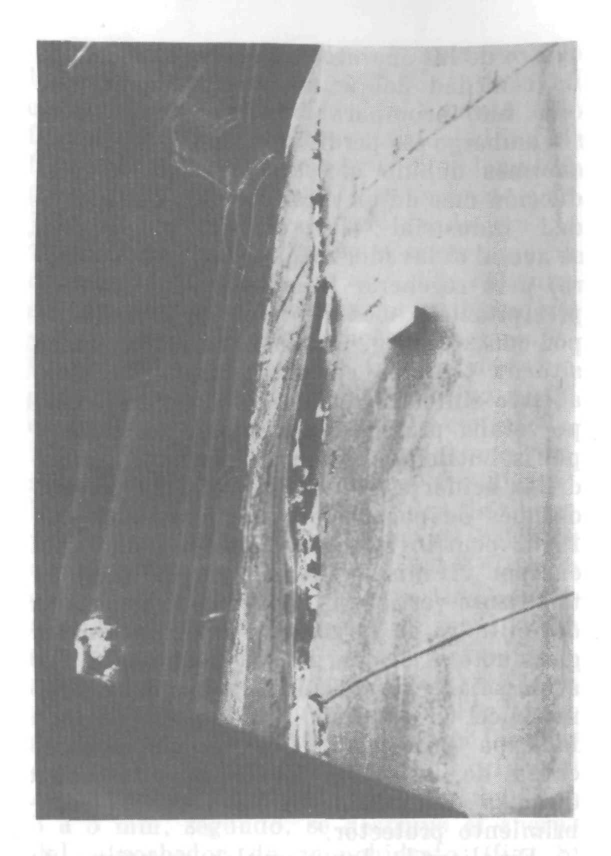


Fig. 9. Avería del lavador del gas en el combinado de fibra artificial de Riazán (1975).

mental de la destrucción dinámica de las rocas (sobre todo durante la carga de explosión); la determinación de los mecanismos

con los cuales los líquidos tensoactivos reducen el desgaste de la superficie; la revelación de las regularidades y la creación de métodos fiables para utilizar los efectos químicomecánicos y medios tensoactivos durante el maquinado; el estudio de las posibilidades técnicas y de los mecanismos de las velocidades superaltas en el mecanizado de los metales. La destrucción se hace útil al explorar los recursos naturales, al explotar el subsuelo terrestre y el fondo del mar, al transformar los desechos, etc.

Pues, en fin de cuentas ¿hemos contestado a la pregunta de qué es la destrucción o no? Bueno, y sí y no. Pero sin duda alguna queda claro que la naturaleza verdadera de este fenómeno bien conocido está lejos de aclararse totalmente. Las catástrofes de los buques cisternas y barcos, de los aviones y cohetes, del equipo químico, etc., provocadas por una difusión imprevista de las fisuras, el mal uso de los aspectos positivos de la destrucción han mostrado la insuficiencia de los cálculos clásicos existentes y la necesidad de nuevas características de la destrucción. Así, pues, el problema de destrucción que siempre ha estimulado la idea técnica y científica, en la actualidad adquirió una importancia primordial. El ingeniero moderno debe utilizar todo el vigor de los recientes métodos de cálculo científicamente argumentados para crear una estructura segura y tenaz, capaz de funcionar fiablemente, o sea, estar parada, volar, bucear, perforar y hacer todo lo

que se necesita de ella en el transcurso del plazo garantizado de su servicio y, además, debe ser ventajosa desde el punto de vista económico. Desde hace ya tiempo no podemos permitirnos ese lujo como Sobakévich, personaje del famoso poema «Las almas muertas» del conocido escritor ruso Nikolay Gógol, del que se dice que parecía que el terrateniente se preocupaba mucho de la resistencia. En la caballeriza, cobertizos y en la cocina se utilizaron troncos pesados y gruesos destinados a permanecer siglos enteros.

§ 2. Tenacidad y resistencia a la destrucción desde las ideas intuitivas hacia las científicas

Sin relatar sobre el período histórico cuando para elevar la resistencia mecánica de las obras se recurría a sacrificios o a la ayuda de las fuerzas de más allá, señalemos otra vez más que desde los tiempos remotos las personas construían distintas edificaciones, asombrosas y a veces extremadamente complejas. Mientras tanto los conocimientos acerca de la tenacidad y la resistencia a la destrucción de los materiales y construcciones se adquirían casi siempre de manera intuitiva y en gran parte de modo casual. Recurramos directamente a las fuentes del enfoque científico respecto a las cuestiones de la resistencia mecánica y destrucción, cuyo origen proviene de los Titanes del Renacimiento, tales como Leonardo da

Vinci (1452—1519) y Galileo Galilei (1564—1642).

Federico Engels en su obra «Dialéctica de la naturaleza» escribe que Leonardo da Vinci no sólo era un gran pintor, sino también un eminente matemático, mecánico e ingeniero al que se deben los descubrimientos importantes en las más diversas ramas de la física. No nos planteamos la tarea el estimar aquí todas las obras de Leonardo, examinaremos solamente aquella parte de su actividad que está relacionada directamente con el período experimental del desarrollo de la ciencia sobre la resistencia de los materiales que comenzó precisamente por las pruebas de Leonardo da Vinci. Desde el punto de vista histórico el problema de la destrucción resultó ser el primero de los problemas científicos planteados de la resistencia de los materiales y la resistencia a la destrucccción, la primera característica mecánica propuesta por dicha ciencia. Leonardo da Vinci realizó pruebas muy interesantes planteadas con conocimiento e inscritas minuciosamente en un acta de flexión de vigas en dos apoyos, columnas y vigas de consola, así como del alargamiento de los hilos metálicos, de las cuerdas de laúd y de fibras hechas de diversos materiales. El fue quien construyó un dispositivo original (fig. 10) en el que se podía determinar la capacidad portante de los alambres. Al sujetar un hilo de hierro de una longitud de dos codos de manera que se sostenga fuertemente y, colgándole

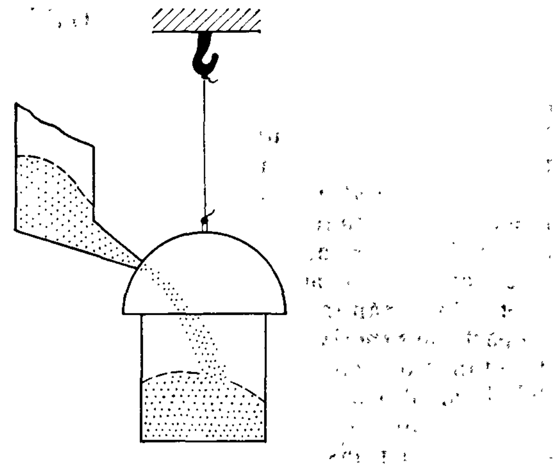


Fig. 10. Instrumento creado por Leonardo da Vinci para determinar la capacidad portante de los alambres.

una cesta o un cajón o algo por el estilo, echar allí a través de un pequeño orificio en el fondo de un embudo cierta cantidad de arena menuda. Tan sólo el hilo se rompe, el orificio del embudo se cierra con un muelle sujeto en él. La cesta que cae de una pequeña altura no se vuelca. Es necesario notar el peso de la arena y el lugar de la ruptura. El programa de los ensayos suponía probar hilos de diferente longitud.

Por desgracia, los éxitos de Leonardo da Vinci quedaron siendo desconocidos para las siguientes generaciones, y el otro paso considerable en el desarrollo de la ciencia sobre la estabilidad y resistencia

a la destrucción fue hecho al cabo de más de un siglo por otro gran científico italiano Galileo Galilei. El resultado más importante de sus experimentos de la ruptura de las barras de madera es la conclusión de que la carga destructiva crece directamente proporcional al área de la sección transversal de la barra a estirar y no depende de la longitud de ésta. Dicho resultado, en algo modificado, hasta hoy día desempeña un papel principal en la práctica ingenieril al calcular la resistencia mecánica en caso del estado heterogéneo de tensión. Se supone que en los ensayos de Leonardo da Vinci con el alambre de hierro se observaba cierta reducción de la carga desruptiva con el crecimiento de la longitud del alambre. Este hecho se explicó siempre con que las pruebas de Leonardo da Vinci eran imperfectas y sólo nuestros contemporáneos comprendieron que semejante reducción de la carga límite puede ocurrir debido al efecto de escala relacionado con una gran probabilidad de aparecer el defecto peligroso (que acondiciona la destrucción) en el alambre de mayor longitud. Durante largos años le alarmaba a Galileo la destrucción inesperada que vio una vez de una galera recién hecha, semejanza absoluta de una galera corriente, pero muy fiable, lo único en que se diferenciaba de ésta en que todos sus elementos eran el doble mayor. Solamente a la edad de 74 años enunció el «gran hereje» la ley general que hasta hoy día se tiene en cuenta

por los factores de conversión estándares para el índice de resistencia mecánica: «Si, dejando aparte toda clase de imperfecciones de la materia y suponiendo que ésta es invariable y sin defectos casuales cualesquiera, construimos una máquina grande del mismo material que la pequeña, conservando con precisión todas las proporciones de esta última, en virtud de la misma propiedad de la materia recibimos una máquina correspondiente a la menor en todos los pormenores menos en tenacidad y resistencia a la influencia exterior: con respecto a ello cuanto mayor sea la máquina por su dimensión, tanto inferior será su resistencia mecánica». El problema de traspasar los resultados de los ensayos de laboratorio a las construcciones reales es extremadamente actual también hoy en día.

Es característico que Galileo unió la resistencia mecánica con el estado límite del elemento, mientras que aún era desconocido el comportamiento del elemento en el estado de funcionamiento. El primero al que le vino al pensamiento la idea de que los sólidos no son del todo sólidos, sino que reaccionan a las fuerzas que se les aplica, fue Robert Hooke (1635—1703). Este inventor apasionado se distinguía por su impetuosa imaginación y razonamiento original. Él no sólo hizo una cantidad grande de inventos asombrosos, tales como la transmisión de Cardán, el areómetro o densímetro, la linterna mágica, el termómetro y muchos otros, sino también enunció gran

cantidad de ideas de la esfera de la actividad de los científicos vanguardistas de su tiempo. Pero eso casi siempre originaba discusiones acerca de la prioridad de los importantes descubrimientos, tales como la disputa tristemente conocida entre Hooke e Isaac Newton sobre la prioridad de la ley de la gravitación universal. Como reflejo de la lucha por la prioridad fue la obra de Hooke «Diez inventos que deseo publicar» que vio luz en 1676, en la cual después del título «Teoría verdadera de la elasticidad y rigidez» estaba escrito solamente *«ceiiinosssttuv»*. Este anagrama donde las letras se colocan según el alfabeto fue descifrado por el autor sólo al cabo de tres años *«ut tensio sic vis»* que quiere decir «cual es el alargamiento, tal es la fuerza». En el lenguaje moderno la traducción de la frase latina suena así «la tensión es proporcional a la deformación». Más tarde resultó que dicha ley de Hooke, cuyo derecho le pertenece a él sin duda alguna, describe solamente el comportamiento elástico de los cuerpos, pero no la conducta de cualesquiera cuerpos para las cargas arbitrarias, como lo suponía el mismo Hooke. La forma «moderna» de la mencionada ley la dio al cabo de cincuenta años el científico inglés Thomas Young (1773—1829). En lugar de las magnitudes absolutas (la fuerza y alargamiento) él introdujo las relativas (tensión y deformación) y entonces resultó que en la ley de Hooke el factor de proporcionalidad, o sea, el módulo de Young es la constante elástica

del propio material y no de la construcción, y caracteriza su propiedad más importante, a saber la rigidez. La breve explicación de los conceptos mencionados aquí, tales como la deformación, tensión, módulo de elasticidad, etc., la dejamos para el siguiente capítulo, ya que en nuestra información histórica sería interesante citar las formulaciones originales, mientras que éstas a veces no son muy precisas. El propio Young en 1807 escribía, por ejemplo: «El módulo de elasticidad de cualquier substancia es una columna de esta misma substancia, capaz de presionar sobre su base que está en la misma proporción con el peso como la longitud de la columna y la reducción de su longitud». No es de extrañar que los contemporáneos no aceptaron este concepto, uno de los más importantes conceptos técnicos de Young, como persona muy lejana de la práctica e incluso en ese tiempo lo separaron de dar conferencias en el Instituto Real.

Los excelentes trabajos de Galileo, Hooke, Young, así como las investigaciones que no hemos mencionado de los científicos franceses Edme Mariotte (1620—1684) y Charles A. de Coulomb (1736—1806), de los científicos rusos Leonhard Euler (1707—1783) y Jacob Bernoulli (1654—1705) y de otros sabios de los siglos XVII y XVIII que estudiaron el comportamiento de las barras durante la tracción, compresión, flexión y torsión, preparando el suelo para un nuevo salto en el desarrollo de la cien-

cia sobre la resistencia mecánica relacionado con las obras de los famosos científicos franceses Louis Navier (1785—1836), Augustin L. Cauchy (1789—1857) y Siméon D. Poisson (1781—1840) que han creado la teoría clásica de la elasticidad.

En lugar del principio de Galileo en calcular por el estado límite de destrucción empezó a establecerse el principio del estado de funcionamiento. Las tensiones en el mencionado estado de cada elemento se suponía limitar mediante tensiones tolerables, es decir, deben ser tales «para que los cambios que surjan en el elemento no crezcan con el tiempo». Mientras tanto la definición del estado de tensión de cada trocito de la substancia dentro de la construcción se ha hecho posible aplicando las ecuaciones de equilibrio deducidas por Navier y Cauchy. Resultó que el cuadro completo de las tensiones en el punto interno del cuerpo se describe mediante nueve magnitudes: tres tensiones de tracción-compresión y seis tensiones de cizallamiento, pero ellas están enlazadas por seis ecuaciones de equilibrio, entre las cuales la mayor cantidad de ecuaciones independientes es tres. El nombre de Poisson lo han inmortalizado no sólo las ecuaciones de equilibrio y de la vibración de la barra, que obtuvo, sino también el coeficiente de Poisson que conoce cada ingeniero y que, a la par con el módulo de Young forma parte del «pasaporte» de cada material elástico.

Al compatriota de Poisson, Saint-Venant (1797—1886) que fundó la teoría de torsión y flexión de las barras de sección prismática, le pertenece el famoso principio: «el procedimiento de aplicar y distribuir las fuerzas por los extremos de los prismas es indiferente para los efectos provocados en la longitud restante, así que siempre es posible sustituir con un grado suficiente de aproximación las fuerzas aplicadas por las fuerzas estáticamente equivalentes, o sea, que poseen el mismo momento total y la misma resultante, pero con una distribución exactamente tal que exigen las fórmulas de tracción, flexión y torsión para que sean totalmente precisas». A pesar de que la enunciación original es bastante clara, lo que no se puede decir de la definición del módulo de Young, expresaremos el principio de Saint-Venant de manera más corta: «el procedimiento de aplicar las fuerzas al extremo de la barra se manifiesta solamente a una distancia del extremo del orden de la dimensión transversal». La hipótesis de Saint-Venant, confirmada después por el experimento, y por la teoría, permitió salir del callejón sin salida en que se encontraba la teoría clásica de la elasticidad, cuando para calcular por ejemplo una barra se necesitaba prefijar la distribución de la presión exterior en todas las partes del contorno, incluyendo en los agarradores extremales, donde este parámetro no se conoce bien (fig. 11). Según Saint-Venant, el estado de tensión en los puntos

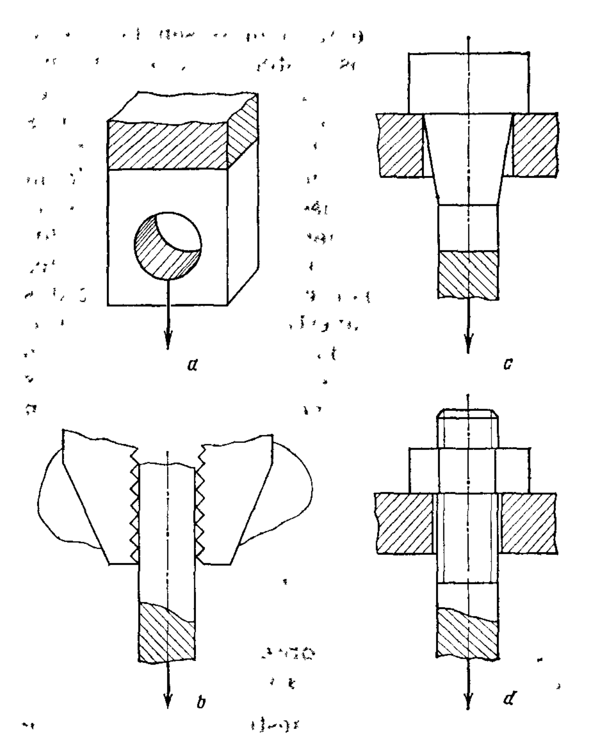


Fig. 11. Conforme al principio de Saint-Venant el estado de tensión de una barra en las zonas rayadas no depende de cómo se sujeta su extremo.

de la barra alejados de los agarradores a distancias mayores que su diámetro (en las zonas rayadas de la figura) se determina solamente por la fuerza resultante de tracción.

En nuestro relato hemos señalado sólo algunos momentos históricos que son importantes para nosotros. El lector, interesado por este tema puede leer los libros dedicados a la historia de la mecánica. Nosotros quisimos en una breve exposición subrayar que después de pasar decenas de siglos de conocimiento empírico e intuitivo de la resistencia mecánica de los materiales y construcciones a través de dos siglos de una investigación experimental de los materiales, la humanidad en el siglo XIX mediante los esfuerzos de los famosos ingenieros y científicos creó una teoría bien hecha de un cuerpo elástico denso sin defectos y unos métodos experimentales bastante perfectos para investigar la tenacidad y resistencia a la destrucción. Sin embargo, en nuestro siglo la ciencia sobre la resistencia sufrió una gran crisis.

§ 3. Nueva ciencia sobre la resistencia mecánica y destrucción

En el siglo XX las destrucciones catastróficas seguían ocurriendo en la Tierra, mar y en el aire. Explotaban las potentes calderas de vapor, se destruían los enormes buques de guerra y barcos, a pesar de estar calculados conforme a todas las reglas de la ciencia moderna sobre la resistencia, ciencia que aparentaba lograr la perfección. Los intentos de establecer la verdad en ensayos directos no daban explicación alguna. Así, pues, en 1903 los científicos britá-

nicos llevaron a cabo la prueba de resistencia mecánica de un destructor real. Al destructor «Wolf» se le metió a un dique seco y se le puso primero un soporte en el medio y luego dos por los bordes como si resultase estar durante la tempestad en una cresta de onda o de dos ondas. Después de esto, las pruebas continuaron en alta mar durante una cruel tempestad. Resultó que en el transcurso de todo el experimento los dispositivos no han podido detectar tensiones superiores a 90 MPa, mientras que la resistencia mecánica del acero para buques era en aquellos tiempos de unos 390... 440 MPa. Semejante reserva de resistencia se desprendía de los cálculos según la teoría de vigas, pero era un consuelo muy frágil pues habían casos cuando los barcos, cuya tensión máxima en los cuerpos superaba según los cálculos una tercera parte del límite de resistencia mecánica del acero, se rompían por la mitad.

La experiencia triste que se acumulaba mostró que los lugares peligrosos del cuerpo del buque son las diversas escotillas, los orificios y cortaduras. Precisamente alrededor de éstos aparecían las grietas que de la carga desigual de la bodega o del choque de la onda podían, a velocidad de una bala, cortar el barco en dos y éste se hundía tan rápido que los testigos de la catástrofe la adivinaban por los mástiles cruzados que aparecían en los últimos instantes sobre las olas. A su vez los ingenieros diseñadores de puentes afirmaban que los remaches se

destruyen siempre en los lugares de un brusco cambio de la sección al pasar del vástago a la cabeza y recomendaban hacer uso de los remaches con un paso cónico suave inventados en Alemania. También los ingenieros de transporte llegaban a la semejante deducción y de manera puramente experimental aunque el objeto de sus disgustos, es decir, los ejes de los vagones ferroviarios y de las locomotoras se rompían en las condiciones de destrucción por fatiga relacionada con el hecho de que durante la rotación ellos se someten a la flexión que se repite cíclicamente. Los ingenieros constructores navales intentaron tomar en consideración los orificios en sus cálculos y reforzar los bordes de los orificios, partiendo de que la tensión es la fuerza dividida por el área de la sección, pues, al disminuir la sección a cuenta del orificio, las tensiones en él crecen inversamente proporcional al área de la sección debilitada. Por desgracia, semejante enfoque resultó ser totalmente insuficiente y la teoría que en dicha etapa quedaba atrás de la práctica, sólo para el comienzo del siglo XX pudo explicar la perfidia misteriosa de los orificios.

En 1898 el mecánico alemán G. Kirsch, al resolver el problema sobre la tracción uniaxial de una placa rectangular con un pequeño orificio redondo (fig. 12), descubrió un pico brusco de las tensiones en los puntos *A* en el borde del orificio. Las tensiones en esta parte superaban el triple (!¡)

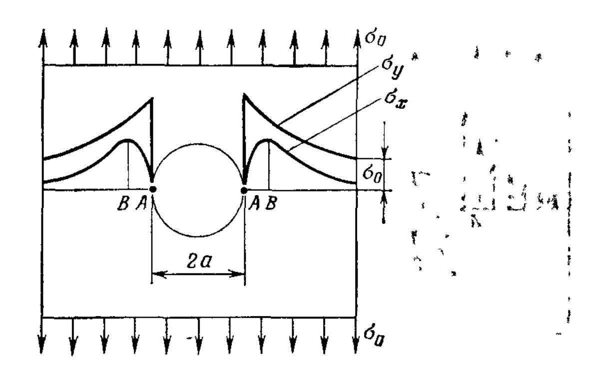


Fig. 12. Solución de Cauchy: en el contorno de un pequeño orificio circular las tensiones superan 3 veces las tensiones en los puntos alejados.

las tensiones en los puntos alejados del borde del orificio o las tensiones en una placa continua cargada por las mismas fuerzas. Los métodos ingenieriles del cálculo que habían en aquellos tiempos reducían casi tres veces la estimación de las tensiones peligrosas, ya que un orificio pequeño no disminuye el área de la sección transversal. Otros resultados aún más impresionantes fueron adquiridos al resolver una tarea compleja sobre la tracción de una placa con un orificio elíptico (fig. 13) que por primera vez fue resuelta por el talentoso científico ruso G. V. Kólosov en 1909. Sin embargo, el trabajo de Kólosov fue publicado en una pequeña ciudad estoniana Yúriev (hoy en día es la ciudad Tartu), en el Occidente hasta ahora es poco conocido, por lo que allá se refieren al artículo del científico

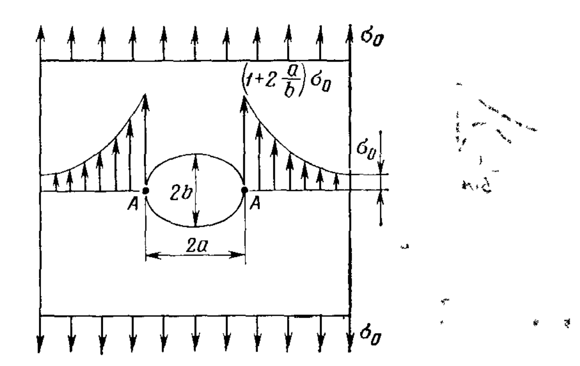


Fig. 13. Solución de Kólosov—Inglis: en los vértices de un pequeño orificio elíptico las tensiones pueden superarse en gran cantidad, por ejemplo, para una elipse con la razón de sus semiejes $a/b = 3$, las tensiones se superan en $1 + 2\,(a/b) = 7$ veces.

inglés C. Inglis, a pesar de que vio luz solamente en 1913 en las Obras del Instituto Real de Ingenieros Navales. ¿Qué fue lo que mostró la solución de Kólosov — Inglis? Resultó que las tensiones de pico más peligrosas se determinan mediante la curvatura del orificio y en los vértices A, donde la curvatura es máxima, pueden alcanzar valores que superan en gran cantidad los valores de las tensiones en una placa continua. La zona de tensiones elevadas, llamadas locales conforme al principio de Saint-Venant, posee dimensiones pequeñas comparables con el tamaño de la zona de un brusco cambio de la frontera. Merced al catedrático Inglis, en la práctica de los

cálculos de resistencia mecánica se introdujo el concepto de «concentración de las tensiones». El número que muestra en cuánto las tensiones locales superan a las nominales se denomina *coeficiente de la concentración de las tensiones* y se determina mediante la forma del corte y las propiedades del material. La situación más peligrosa surge junto a los cortes agudos en los materiales frágiles.

Las deducciones puramente matemáticas sobre la concentración de tensiones tropezaron (como ocurre con frecuencia) con un escepticismo considerable en el medio de los ingenieros prácticos, es decir, aquí tampoco el camino hacia la ciencia moderna sobre la resistencia mecánica fue liso. Además, otra contradicción más, bastante fuerte, estaba en este camino. Trataremos de comprenderla. Supongamos que nos interesa la cuestión sobre la resistencia de algún material. Por ejemplo, sabiendo las fuerzas de cohesión que ligan dos átomos en un cuerpo sólido cristalino, puede determinarse la resistencia del material, calculando estrictamente. Así, pues, hemos recibido la denominada *resistencia mecánica teórica*. Pero también se puede confeccionar una muestra del mismo material y determinar el valor de la resistencia mecánica de modo experimental. La resistencia mecánica determinada de esta manera se acostumbra llamarla *técnica*. Pues resultó que la resistencia mecánica técnica es inferior considerablemente (dece-

nas y centenas de veces) que la teórica. ¿Con qué puede explicarse la diferencia tan brusca? En 1920 el académico soviético A. F. Ioffe contestó a esta pregunta mediante un experimento no complejo e impresionante. Se toma un cristal de sal gema. Se mide experimentalmente su resistencia mecánica que, por regla, es igual a varias decenas de MPa. Luego el cristal se sumerge en agua caliente donde se disuelve la capa superficial de cierto grosor. Entonces de nuevo se mide la resistencia mecánica del cristal. Esta vez ella resulta ser mucho más alta, o sea, unos 2000 MN/m^2, lo que es dos veces menos del valor teórico de la resistencia mecánica. La deducción se impone por sí misma. Al perder la capa superficial, el cristal se libera también de las numerosas heridas que acumuló en sus lados en el transcurso de su larga vida, es decir, mellas, rasguños, grietas y otros defectos superficiales más pequeños. Por lo visto, ellos eran la causa de la falta de la resistencia mecánica anterior del cristal.

Así, pues, la perfección de la estructura del cristal es la garantía de la resistencia mecánica elevada, próxima a la teórica. Siguiendo esta idea, se logró aumentar el techo de la resistencia mecánica hasta los valores del orden de 10 000 MPa, lo que hasta el momento no se había visto en la técnica. En los años treinta los académicos soviéticos A. P. Alexándrov y S. N. Zhurkov en hilos de vidrio alcanzaron una resistencia de 5900 MPa y en los de cuarzo,

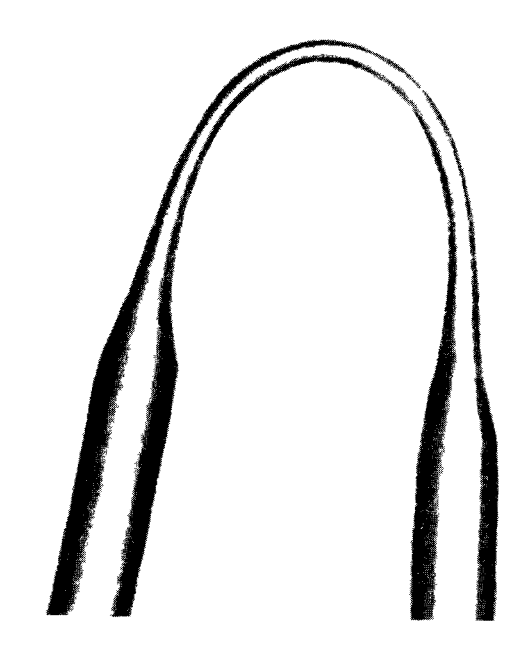


Fig. 14. Un hilo de cuarzo puede doblarse de la siguiente manera, Entonces las tensiones en él superarán 4900 MPa.

12 700 MPa (fig. 14). En los años cincuenta en el Instituto Físicotecnico A. F. Ioffe de la AC de la URSS, en el laboratorio de A. V. Stepánov, se han obtenido monocristales filiformes («bigotes») de algunos metales con una resistencia mecánica de 9800 MPa aproximadamente. Bajo la direc-

ción de F. F. Vitman la resistencia mecánica del vidrio de ventanas se elevó hasta 4900 MPa, mientras antes era 50 MPa. Una alta resistencia mecánica (hasta 5900 MPa) se logró en el laboratorio del académico S. N. Zhurkov en los polímeros orientados. De esta manera fue mostrado concretamente que la «corrección» de la estructura defectuosa de los cristales aumenta su resistencia mecánica en varios órdenes y la aproxima al valor teórico.

Los experimentos del endurecimiento de los cristales, así como los numerosos casos de la destrucción anticipada de las construcciones y obras a tensiones, mucho menores que las calculadas, mostraron la insuficiencia de las ideas desarrolladas sobre la resistencia mecánica a título de constante del material. Por esta razón, en las investigaciones de la resistencia apareció una nueva orientación, cuya base es el estudio detallado del mismo proceso de destrucción. Conforme al nuevo enfoque, ya que la destrucción sucede como consecuencia del desarrollo de los defectos reales, al estimar la resistencia mecánica, es necesario tomar en consideración las grietas que hay en el cuerpo y determinar su influencia sobre la resistencia.

La nueva dirección en la mecánica de la destrucción fue fundada por el joven científico inglés del Centro de Aviación de Farnboro A. A. Griffith (1893—1963). Los resultados fundamentales fueron publicados en 1920 cuando el autor tenía solamen-

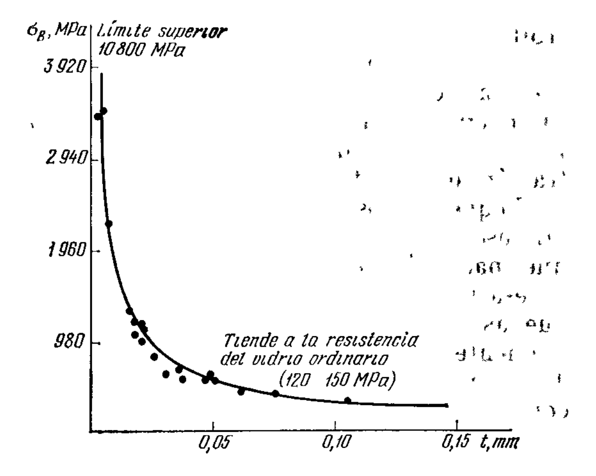


Fig. 15. Semejante dependencia entre la resistencia σ_B de las fibras de vidrio y su grosor fue descubierta por Griffith.

te 27 años. Griffith intentó alcanzar la resistencia mecánica teórica en los ensayos al romper las fibras de vidrio finísimas recién estiradas y estableció que, al disminuir el diámetro de las fibras, su resistencia crecía bruscamente (fig. 15), comparándose con las estimaciones teóricas. Griffith explicó una gran diferencia entre la resistencia mecánica de la mayoría de los sólidos reales y la teórica con la presencia de grietas en ellos que pueden ser invisibles, pero que superan considerablemente según la dimensión las distancias intermoleculares. El mérito principal del científico inglés consiste en que él ligó las causas del desa-

rrollo de la grieta en el cuerpo con los procesos de acumulación y liberación de la energía de deformaciones en él. También fue magnífica la idea de difundir los cálculos matemáticos de Inglis sobre la concentración de las tensiones en las escotillas de buques a los defectos con dimensiones microscópicas. A. A. Griffith comprendió que para el crecimiento de la grieta es necesario gastar cierto trabajo para formar nuevas superficies del material, proporcionalmente a la longitud de la grieta *) l, es decir, cl (para un material frágil c es la constante del material que se determina por sus propiedades físico-mecánicas) (fig. 16). Con ello, durante la propagación de la grieta las zonas adyacentes a ésta, que están rayadas en la figura, se descargan **),

---

*) Para mayor simplicidad consideremos que se trata de una grieta directa plana en una placa de grosor unitario. En este caso el área de la superficie de la grieta es igual a $2 \cdot 1 \cdot l$ (ya que la grieta tiene dos lados).

**) El concepto de la zona de descarga esencial se representa muy indefinido. Si se examina el cuadro del estado de deformación tensa, hallado mediante el cálculo o el experimento, a unos les parecerá que la disminución más esencial de las tensiones sucede aproximadamente en un cuadrado, cuya diagonal es la grieta (el área del cuadrado es $1/2\ l^2$), a otros que la descarga se manifiesta principalmente dentro de un círculo, confeccionado en la grieta como en el diámetro (el área del círculo es $\pi l^2/4$), los terceros verán otra cosa diferente. Sin embargo, probablemente, todos compartirán la opinión de que el área de la zona de la descarga puede calcularse multiplicando l^2 por el factor del orden de unidad.

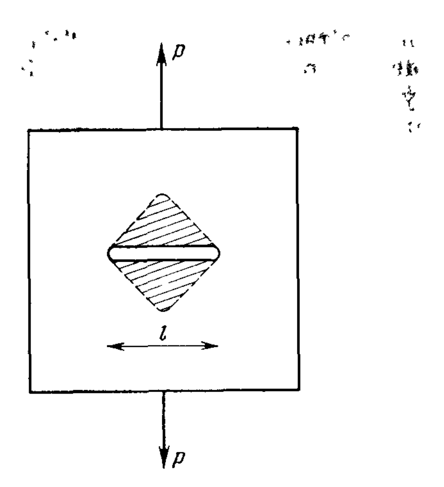


Fig. 16. Durante la extensión de la grieta el material en las zonas. adyacentes a ella (rayadas), se descarga y la energía liberada fluye a los vértices de la grieta y se gasta allí en la destrucción del material.

liberando la energía de deformación proporcional a su área, o sea, al cuadrado de la longitud: $kl^2 = (kl)\cdot l$ (la solución de Inglis la necesitó Griffith para calcular la constante k). Griffith razonaba que para las grietas pequeñas, para las cuales $kl < c$, la energía liberada es insuficiente para romper el material. Pero para las grietas grandes, cuando $kl > c$, dicha energía es suficiente para la ruptura y la grieta se lanza adelante con una velocidad enorme si el material es frágil.

La precisión de las deducciones teóricas A. A. Griffith la confirmó experimen-

talmente en matraces esféricos y tubos cilíndricos de vidrio en los cuales se hacía una grieta y se creaba (con ayuda de aire comprimido) una presión interna. No es casual la elección del vidrio en calidad de material que confirma con mayor precisión la teoría de A. A. Griffith. Este material tan importante (es el más difundido después del metal y la madera) es muy frágil, se deforma elásticamente hasta romperse, lo que justifica el uso de la solución elástica de C. Inglis. Durante el experimento se medían la presión interna y la longitud de la grieta en el momento de su puesta en marcha que siempre acababa destruyendo el matraz o el tubo de vidrio en pedazos pequeños *).

A. A. Griffith supo enunciar dos condiciones, cada una de las cuales es necesaria para propagarse la grieta, mientras que lo suficiente para el crecimiento de la grieta es la ejecución simultánea de estas dos condiciones. La primera de ellas consiste en que el proceso del crecimiento de la grieta debe ser ventajoso desde el punto de vista energético, y la segunda condición se refiere a la existencia del micromecanismo capaz de realizar la transformación de la energía acumulada. Precisamente la existencia de semejante mecanismo de transformación de la energía difiere los materiales frágiles de los viscosos (como en el automóvil que

*) La explicación de semejante carácter de la destrucción el lector la hallará en el tercer capítulo.

baja de una montaña las ruedas no deben sostenerse por los frenos para que tenga lugar la transformación de la energía potencial, acumulada por él, en la cinética).

Es interesante señalar que semejantes condiciones deben observarse en muchos procesos aparentemente distintos por completo, que transcurren en diversas zonas y se diferencian por la escala y complejidad. Puede percibirse la analogía incluso en fenómenos tan archicomplejos como procesos revolucionarios de la transformación radical de la sociedad decrépita. Pues, como indicó V. I. Lenin, para destruir un régimen social viejo es necesario y suficiente que en sus entrañas se formen las causas objetivas y subjetivas. El factor objetivo es la situación revolucionaria, cuyos rasgos principales V. I. Lenin consideraba la agravación extrema de la pobreza y las calamidades de las masas trabajadoras, el incremento de su conciencia y actividad revolucionaria, así como la crisis de los círculos dirigentes que no pueden gobernar la sociedad como antes. Así, pues, en la sociedad debe acumularse una energía social suficiente para destruir el régimen decrépito. Esta condición es necesaria para la revolución, pero no suficiente. Además de los factores objetivos, deben formarse también los subjetivos, como son la existencia de la unión entre la clase obrera y el campesinado, asimismo de un partido revolucionario. Precisamente ellos deben dirigir la energía acumulada de las masas para las transfor-

maciones revolucionarias, sin permitir que se disipe, deben servir de mecanismo de la transformación de la energía social.

No voy a insistir en que semejantes analogías son directas, sin las cuales son imposibles las investigaciones en la esfera de las ciencias sociales. Vuelvo a la teoría de A. A. Griffith que por unos especialistas fue acogida con bastante escepticismo (lo que puede ser lo más natural para las nuevas teorías) y provocó un interés pasajero de otros. Incluso el propio autor empezó a sentir poco a poco una indiferencia hacia el problema de la destrucción frágil y nunca más volvió a ese tema. En parte la causa del olvido era que la concepción clásica de la destrucción frágil según A. A. Griffith estaba relacionada solamente con materiales frágiles, tales como el vidrio, mientras que los metales quedaban fuera de su esfera de aplicación. Pero en realidad es poco probable que A. A. Griffith pudiese crear esa teoría si hubiese cogido para sus experimentos cualquier otro material que no fuese vidrio, donde la destrucción frágil no manifiéstase en una forma tan clara, sino que estuviese acompañada de fluidez, viscosidad, fluencia y otros fenómenos.

El siguiente paso considerable en el camino difícil de formarse la mecánica moderna de la destrucción está relacionado con las investigaciones experimentales del científico inglés G. Irwin (1948) y del húngaro E. Orowan (1950) que propusieron utilizar la teoría de A. A. Griffith para una destruc-

ción casifrágil *) de los metales y no metales, cuando todos los procesos irreversibles de las deformaciones plásticas transcurren sólo en una proximidad pequeña cerca del vértice de la grieta. En la teoría de A. A. Griffith es suficiente solamente sustituir la constante que es igual a la energía superficial del material por el trabajo específico de las deformaciones plásticas (la última puede superar centenas y miles de veces a la primera), entonces la teoría de A. A. Griffith resulta ser útil para muchos materiales difundidos. Pero a esta conclusión asombrosamente sencilla y clara George Irwin llegó como consecuencia de las reflexiones de casi diez años. Aún antes de la segunda Guerra Mundial el catedrático G. Irwin, empezando a trabajar en el Laboratorio de Investigación Científica de las Fuerzas Navales, participó en los ensayos balísticos de las losas de acero para buques. En aquel entonces los especialistas principales en los polígonos eran los metalúrgicos que después del disparo se acercaban al blanco y esmeradamente dibujaban la concavidad en la losa y lo que se rompió por el reverso de la losa. Precisamente la participación en semejante rito (parecido a como los biólogos dibujan las hojas y amibas) contribuyó, según el propio G. Irwin, a que le surgiese un interés estable al problema de la destrucción que ya jamás le abandonó

*) Sobre este concepto hablaremos un poco más tarde.

y merced al cual hizo en la mecánica de la destrucción una aportación inestimable. En vez de considerar el balance energético general de todo el cuerpo G. Irwin comenzó a estudiar el campo de tensiones en la proximidad inmediata del extremo de la grieta, donde se acumula toda la energía y surge el cuadro dramático de una destrucción frágil o casifrágil. Haciendo uso de las soluciones de los problemas conocidas para ese tiempo, G. Irwin mostró que el único parámetro que determina el estado de tensión para la zona extrema es el denominado coeficiente de intensidad de las tensiones. Este concepto para la mecánica moderna de la destrucción resultó ser fundamental. La magnitud crítica del coeficiente de intensidad que caracteriza la resistencia del material a la destrucción, ocupó en la práctica ingenieril uno de los lugares principales a la par con el módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson. El enfoque de fuerza de G. Irwin, adecuado en sentido principal al energético de A. A. Griffith, permitió prescindir de las dificultades en los cálculos, casi insuperables, con las que se chocaba hasta finales de los años 50 al resolver las tareas en los márgenes del concepto de A. A. Griffith.

Por supuesto, posteriormente resultó que las dificultades en conocer el problema de la destrucción crecen con mucha mayor rapidez que quisiéramos, como se dice cuanto más se penetra en el bosque... En cambio, la existencia de semejantes fenómenos, para

cuya explicación la teoría de Griffith — —Irwin (denominada *mecánica lineal de la destrucción*) no sirve, destaca precisamente su valor como una teoría extremadamente sencilla con relación a otras, más universales, pero mucho más complicadas. La mecánica lineal de destrucción adquirió en total una forma acabada y entre la mecánica de la destrucción que se desarrolla impetuosamente ocupa un lugar honorario como diríamos la teoría de la elasticidad en la mecánica del sólido deformable.

Todos los capítulos del libro, a excepción del siguiente, están dedicados a la conversación sobre el estado actual de la mecánica de la destrucción, sus principios y posibilidades de la aplicación práctica. El siguiente capítulo contiene nociones sobre la mecánica del sólido deformable que serán necesarios ulteriormente. Después de muchas dudas el autor decidió por fin (a diferencia de la mayoría de los libros de divulgación científica) a utilizar en sus explicaciones algunas fórmulas, incluso aquellas (que no son muchas) que contienen derivadas e integrales. Me parece que es mucho mejor citar una fórmula instructiva con un sentido físico claro que empezar a razonar de modo locuaz. Así, pues, con semejante restricción, cobrando ánimo y observando la medida, seguimos...

CAPÍTULO II.

Mecánica del sólido deformable

§ 4. Medio continuo

En los años 1822 y 1823 los eminentes científicos Navier y Cauchy presentaron en la Academia de París los tratados científicos o, como se llamaban en aquel entonces «memorias» que dieron origen a dos enfoques al examinar las propiedades mecánicas de los sólidos. El primero, basado en considerar el cuerpo como un sistema de moléculas en interacción, condujo a unas teorías físicas bastante rígidas sobre las propiedades mecánicas de los cristales con diversa estructura. Mientras tanto el segundo enfoque, denominado *enfoque continuo*, consistía en la sustitución de un cuerpo real por cierto medio continuo que ocupa sin interrupción el espacio. Las ecuaciones de su equilibrio las obtuvo Cauchy con ayuda del método de separación de un volumen elemental, propuesto por Euler, y del examen de las fuerzas que actúan sobre dicho volumen.

Para describir el comportamiento del medio continuo se enuncian los postulados que determinan las ecuaciones. El modelo obtenido de este medio se considera útil para calcular los procesos en ciertos cuerpos

reales si los resultados del presente cálculo corresponden con bastante precisión a los resultados del experimento macroscópico, en el transcurso del cual se miden las magnitudes mecánicas que entran en la ecuación. Semejantes modelos se llaman *fenomenológicos* y forman la base de la mecánica de los medios continuos.

Los físicos prefieren el primer enfoque. Ellos consideran que las teorías en las que figuran los átomos y moléculas son las más adecuadas a la realidad. Puede ser, eso es cuestión de gusto, pero no hay que olvidar que en la teoría no tratamos el mismo átomo, sino su cierto modelo que describe con una exactitud mayor o menor el comportamiento del objeto real. Así, pues, el enfoque fenomenológico no es menos honesto que el molecular. Sólo es importante recordar las hipótesis que constituyen la base del modelo y los límites de su aplicación. Así, la propia hipótesis del carácter continuo (es decir, del medio continuo) no es válida si se trata de los objetos cuyas dimensiones se aproximan a las moleculares, por ejemplo, del concepto tan importante en la mecánica de la destrucción, como el vértice de la grieta. A continuación veremos que el modelo de un cuerpo elástico predice tensiones ilimitadas en el vértice de un corte agudo. Claro está que este pronóstico es necesario tomarlo desde el punto de vista crítico, ya que es solamente el corolario de las hipótesis aceptadas. No obstante, el modelo en total tendrá el completo derecho

de existir si describe correctamente, lo que debe describir, a saber, la destrucción del cuerpo con corte, las cargas límites, las velocidades de propagación de las grietas y la duración de un cuerpo con grieta. La comprensión de la física del proceso es útil también para la mecánica, a veces puede ayudar a elegir el modelo necesario fenomenológico o, por lo menos, señalar los márgenes de su aplicación. El académico soviético Yu. N. Rabotnov decía que para construir una teoría mecánica son suficientes los datos del macroexperimento, mientras tanto la referencia a la física puede ser útil como reflexiones sugerentes.

Si los mismos volúmenes del medio poseen propiedades iguales ese medio se denomina *homogéneo*. Un material amorfo (por ejemplo, el vidrio) es evidentemente homogéneo, mientras que las aleaciones técnicas son policristalinas (fig. 17) y surge el interrogante ¿es posible simularlos mediante un medio continuo homogéneo? En este caso no existe una respuesta unívoca, todo depende del problema que estamos resolviendo. Si es necesario estimar la posibilidad de formar microgrietas en la unión de los granos hay que resolver la tarea para un cuerpo heterogéneo que consta de varios granos cristalinos con diferente orientación. Pero si debemos calcular la flexión de una barra, originada por la acción de cierta fuerza, podemos simular la barra mediante un medio continuo homogéneo, ya que su longitud y grosor que se mi-

den, verbigracia, en centímetros, son grandes en comparación con las dimensiones de los granos (con dimensiones de centésimas de milímetro), y el error de la sustitución del material real por el medio continuo no debe ser notorio. Semejantes problemas les surgen a los mecánicos que tratan con piezas de materiales de composición, por ejemplo, de plástico de fibra de vidrio que se obtiene bobinando haces de fibras de vidrio e impregnándolos posteriormente con resina epoxi (fig. 18). Al resolver la tarea sobre la acción de la presión interna sobre un tubo de plástico con fibra de vidrio, se usa el modelo de un medio continuo homogéneo equivalente, mientras que al analizar las divisiones en capas entre la fibra y la resina o la ruptura de las fibras, se comienza a resolver la tarea sobre una fibra sumergida en un medio homogéneo, cuyas propiedades son las mismas que las de la resina o de la composición en total, o sea, depende todo de la densidad de la colocación de las fibras. Semejantes procedimientos se parecen a las investigaciones llevadas a cabo mediante el microscopio con distintos aumentos y, a propósito, se denominan «*principio de microscopio*».

Si las propiedades de la muestra cortada de un material no dependen de la dirección del corte semejante material se denomina *isótropo*, mientras que si existe la dependencia de la orientación, se dice que el material es *anisótropo*. Se puede hablar sobre la anisotropía de las propiedades del

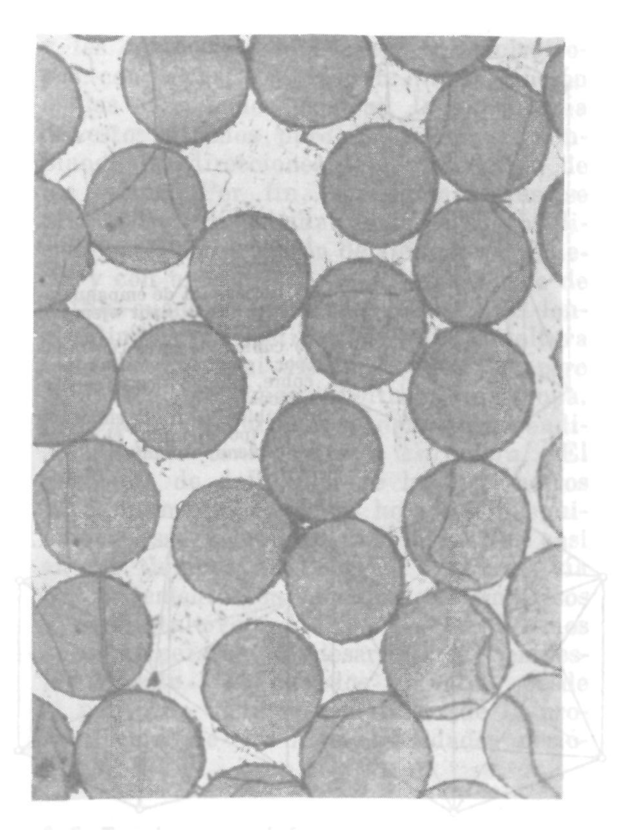


Fig. 18. Sección transversal del material de composición fibrosa.

macroscópico, puesto que sus granos están orientados de modo caótico. Sin embargo, al laminar, los granos pueden deformarse en sentido del hierro estirado y el metal se

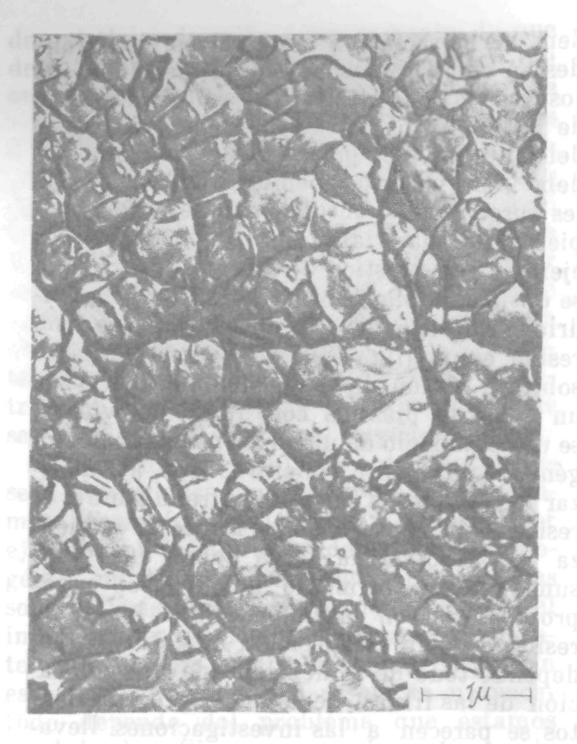


Fig. 17. Estructura de la superficie de destrucción del acero martensítico en envejecimiento.

material: elásticas, plásticas, eléctricas, térmicas y otras. Todos los cristales son anisótropos. Su anisotropía se determina por la estructura de la red cristalina (retículo cristalino) (fig. 19). El metal policristalino es isótropo desde el punto de vista

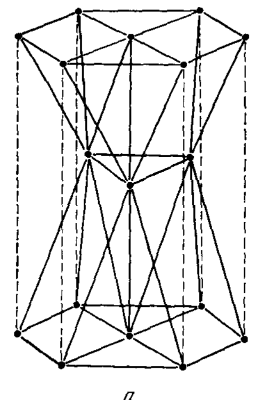
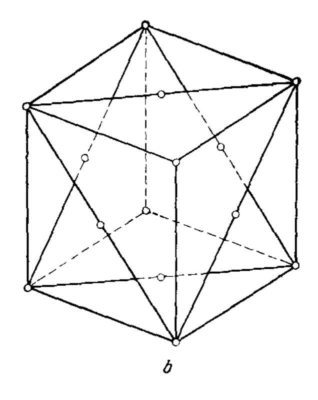
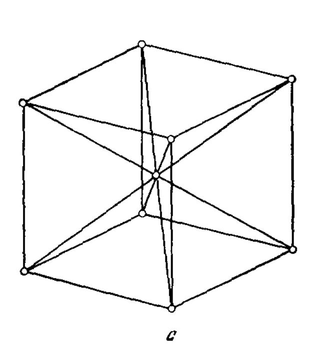


Fig. 19. Estructuras cristalinas típicas de los metales:

a) hectagonal de empaquetamiento denso (por ejemplo, el magnesio, cinc),
b) cúbica de caras centradas (por ejemplo, el aluminio, cobre, plomo, aceros austeníticos),
c) cúbica centrada en el espacio (por ejemplo, el cromo molibdeno, vanadio).





convierte en anisótropo desde el punto de vista macroscópico, a pesar de que eso se refiere principalmente a las propiedades plásticas y no a las elásticas. Es obvio que en sentido macroscópico la madera

y las composiciones fibrosas son anisótropas, con la particularidad de que en función de las necesidades técnicas, la anisotropía de estos últimos puede controlarse, cambiando las direcciones de la colocación de las fibras. Por fin, supongamos que se practique para calcular la envoltura utilizada en la construcción de aviones y cohetería y con un armazón de refuerzo hecho de anillos-cuadernas y bordes-larguerillos longitudinales, la sustitución de la envoltura real por una equivalente, homogénea, pero evidentemente una envoltura anisótropa. Semejante anisotropía se denomina condicionalmente *constructiva* o *estructural*. El problema de definición de los parámetros para un medio continuo homogéneo equivalente surgió mucho tiempo atrás, casi en los tiempos de Poisson, y se resolvía frecuentemente con métodos semiempíricos y semiintuitivos. Y sólo en los últimos años empezaron a desarrollarse tempestuosamente los métodos estrictos, desde el punto de vista matemático, de la promediación de las heterogeneidades periódicas.

§ 5. Tensiones y deformaciones

Dicen que existen tres ramas de la ciencia y el arte en las que cada individuo cree saberlo todo: son la filosofía, la pintura y la medicina. Probablemente la resistencia de los materiales se encuentre cerca de ellas. Cada uno empieza a conocer la

resistencia mecánica en la tierna infancia, con los conceptos de elasticidad y rigidez en su sentido habitual chocamos diariamente, pero si Vd. estando invitado, menciona el stress, que significa tensión, la charla no tendrá fin. En cambio los conceptos científicos de la tensión y deformación la humanidad los sufrió.

Por fortuna, en la Edad Media la ciencia sobre la resistencia mecánica no se consideraba peligrosa en sentido ideológico, precisamente por eso Galileo la eligió como objeto de sus trabajos después de ser apartado de la astronomía. Él se aproximó más que nadie a la idea sobre la tensión, mejor dicho sobre la tensión destructiva, descubriendo la proporcionalidad entre la fuerza de rotura y el área de la sección transversal de la barra a estirar. Pero solamente casi dos siglos más tarde la fuerza fue dividida por el área y el cociente fue llamado tensión. Eso lo hizo Augustin Cauchy, con la particularidad de que él comprendió por primera vez de qué manera puede describirse el estado de tensión interno del cuerpo en cualquier punto, cargándolo de cualquier manera, y no sólo en el momento de la destrucción.

Para explicar eso haremos, como lo suponía aún Euler, un corte en el cuerpo. Entonces para conservar el equilibrio habrá que aplicar a la superficie del corte unas fuerzas que actuaban en el cuerpo en el lugar del corte. Este procedimiento que nos parece tan elemental, es un medio potente

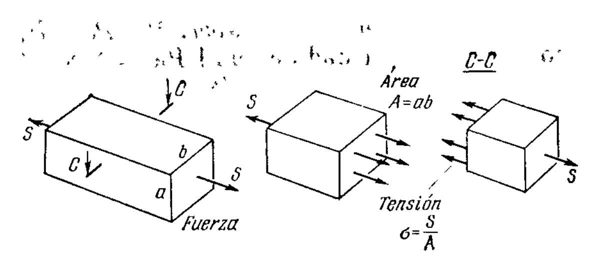


Fig. 20. Así se determinan las tensiones en barra en tracción

(tensión = $\frac{\text{fuerza}}{\text{área de sección}}$).

de analizar el estado interno del cuerpo. Está claro que los cortes serán imaginarios, de esta manera nuestros ejercicios no causarán daño alguno.

Así, pues, el corte transversal de una barra de sección cuadrada que se estira con una fuerza S permite establecer que en cualquiera de su sección actúan *tensiones* $\sigma = S/A$ denominadas *normales*, ya que están dirigidas según la normal a la superficie (fig. 20). Las tensiones se miden en las mismas unidades que la presión del fluido, por ejemplo, en unidades tecnológicas kgf/cm^2 ó kgf/mm^2. Se usan con frecuencia las unidades del sistema SI, MN/m^2 (meganewtones por metro cuadrado, M, mega significa un millón y N, newton). Un *Newton* es aproximadamente igual a 102 gramos, es decir, al peso de la famosa manzana, así que 1 MN/m^2 = 10,2 kgf/cm^2 = = 0,102 kgf/mm^2. Señalemos también que en el sistema SI se utiliza también otra

unidad de la tensión, a saber, Pa (*Pascal*), con la particularidad de que 1 Pa = 1 N/m² y 1 MPa (*megapascal*) = 1 MN/m², respectivamente. Por lo general la tensión normal de tracción se considera positiva, mientras que la de compresión, negativa. Para la obra de albañilería, por ejemplo, las tensiones de tracción que se consideran positivas es un daño enorme contra el que lucharon generaciones de ingenieros y constructores.

Si una barra se corta mediante un plano inclinado, las fuerzas internas en el lugar del corte tendrán en el caso general no sólo una componente normal, sino también otra tangente dirigida a lo largo del plano del corte. Se llama *tensión tangencial* la relación de la fuerza tangencial respecto al área de la sección. Designando el vector de la normal unitaria respecto a la sección por **n**, el ángulo de inclinación de **n** hacia el eje de la barra por α, la tensión normal en la sección inclinada por σ_n y la tangencial por τ_n (fig. 21), obtenemos *) de las

---

*) La deducción de las fórmulas (1) puede buscarse en cualquier manual de la resistencia mecánica de los materiales. Para ello es necesario comparar los esfuerzos que actúan en la sección transversal $B - B$ (de área A) y en la sección inclinada $C - C$ (de área $A/\cos \alpha$). En la sección $B - B$ las tensiones axiales son iguales a σ, por lo tanto en la sección $C - C$ son $\sigma \cos \alpha$. Al proyectarlas sobre la normal hacia la sección $C - C$, obtenemos $\sigma_n = (\sigma \cos \alpha) \cos \alpha = \sigma \cos^2 \alpha$. Al proyectarlas sobre la dirección tangencial, obtenemos $\tau_n = (\sigma \cos \alpha) \text{ sen } \alpha = \sigma \text{ sen } \alpha \cos \alpha$.

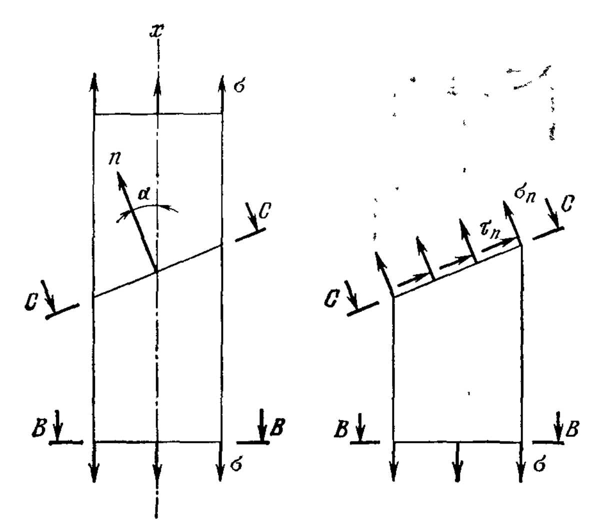


Fig. 21. Cálculo de las tensiones en sección inclinada de la barra durante la tracción uniaxial vista lateral).

condiciones de equilibrio de la parte de la barra

$$\sigma_n = \sigma \cos^2 \alpha = \sigma \frac{1+\cos^2 \alpha}{2},$$
$$\tau_n = \sigma \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha = \sigma \frac{\operatorname{sen} 2\alpha}{2}. \qquad (1)$$

De las fórmulas (1) se desprende que en las secciones inclinadas al eje bajo un ángulo de $\pm 45°$ actúan tensiones tangenciales cuyo valor es máximo $\tau_{\text{máx}} = \pm \sigma/2$ (el signo de la tensión tangencial se elige también de modo convencional). Eso explica

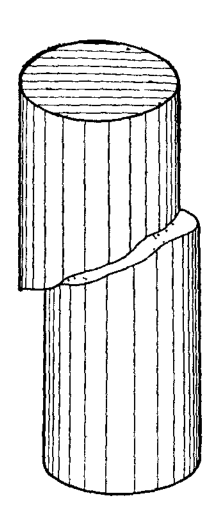


Fig. 22. Destrucción de un pequeño cilindro frágil de fundición durante la compresión transcurre por el plano en el que las tensiones tangenciales son máximas.

el hecho de que muchas substancias sólidas se destruyen al comprimirse precisamente mediante el deslizamiento provocado por las tensiones tangenciales bajo un ángulo de unos 45° respecto al eje de compresión (fig. 22).

El caso más complejo de la tracción biaxial de una placa (fig. 23) puede considerarse como la superposición de dos tracciones simples a lo largo de los ejes 1 y 2 paralelas a los lados de la placa. Si σ_1 y σ_2 son las tensiones que actúan a lo largo de los ejes

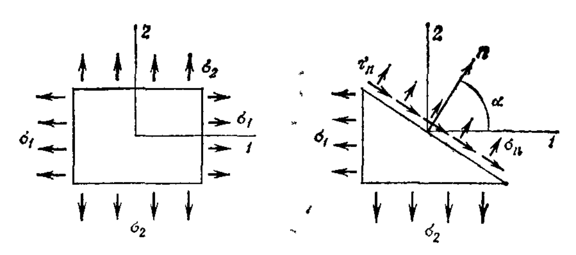


Fig. 23. Cálculo de las tensiones en la sección inclinada para la tracción biaxial.

1 y 2, en una plataforma inclinada arbitraria

$$\begin{aligned} \sigma_n &= \frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_2)+\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)\cos 2\alpha, \\ \tau_n &= \frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)\operatorname{sen}\alpha. \end{aligned} \qquad (2)$$

Por lo visto aquí en las plataformas inclinadas bajo un ángulo de $\pm 45°$ respecto a los ejes de tracción actúan también las tensiones tangenciales de valor máximo

$$\tau_{\text{máx}} = \pm\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}.$$

En el caso más general del estado plano de tensión el elemento rectangular de la placa (fig. 24) se somete a la influencia de las tensiones normales σ_x y σ_y a lo largo de los ejes x e y y de las tensiones tangenciales τ_{xy} y τ_{yx}. Partiendo de la igualdad a cero del momento sumario de las fuerzas, puede

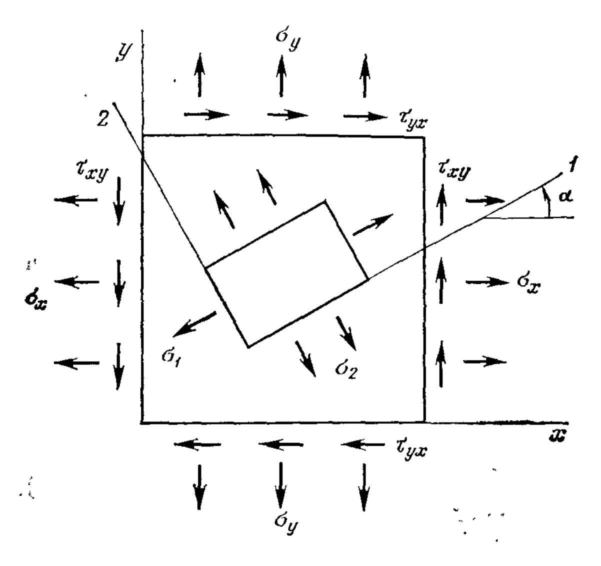


Fig. 24, Estado de tensión de un elemento rectangular de cierta placa.

deducirse *la regla del carácter par de las tensiones* $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ descubierta por Cauchy. Empleando otra vez el método de Euler, puede establecerse que siempre habrá dos direcciones 1 y 2, mutuamente perpendiculares, con relación a las cuales transcurre solamente la compresión—tracción biaxial sin cizallamiento. Las tensiones correspondientes σ_1 y σ_2 se denominan *tensiones principales* y los ejes 1 y 2, *ejes principales*. El enlace entre σ_x, σ_y y τ_{xy} con las tensiones principales se expresa mediante las

fórmulas

$$\sigma_x = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)\cos 2\alpha,$$

$$\sigma_y = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) - \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)\cos 2\alpha, \qquad (3)$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)\,\text{sen}\,2\alpha.$$

Claro que las tensiones tangenciales máximas actúan aquí en las plataformas inclinadas bajo un ángulo de 45° hacia los ejes principales.

En el caso espacial más general el estado de tensión se describe mediante seis magnitudes, o sea, las tensiones normales σ_x, σ_y, σ_z y tensiones tangenciales τ_{xy}, τ_{xz} y τ_{yz} (fig. 25), aquí también actúa la ley del carácter par de las tensiones tangenciales $\tau_{yx} = \tau_{xy}$, $\tau_{zx} = \tau_{xz}$, $\tau_{zy} = \tau_{yz}$. Existen tres ejes principales mutuamente perpendiculares, en los cuales sólo tres tensiones normales σ_1, σ_2 y σ_3 se diferencian de cero. Las tensiones tangenciales máximas, iguales a la semidiferencia de las tensiones principales, influyen en los planos inclinados bajo un ángulo de 45° hacia los planos de coordenadas en el sistema principal de coordenadas.

Cauchy dedujo las ecuaciones de equilibrio entre las fuerzas internas (tensiones) y las volumétricas exteriores, por ejemplo, la fuerza de gravedad. Compongamos el balance de fuerzas para el elemento de la barra, yacente entre las secciones con coordenadas x y $x + \Delta x$ (fig. 26). La proyección de

Fig. 25. Estado espacial de tensión de un cubo elemental.

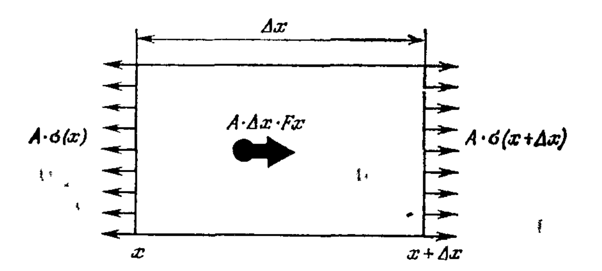


Fig. 26. Deducción de la ecuación de equilibrio (4) para un elemento arbitrario de cierta barra a estirar.

las fuerzas internas sobre el eje de la barra es igual a $A \cdot \sigma (x + \Delta x) - A \cdot \sigma (x)$, la fuerza exterior es igual a $A \cdot \Delta x \cdot F_x$ si F_x significa la fuerza exterior correspondiente a una unidad de volumen ($A \cdot \Delta x$ es el volumen del elemento). Anulando la suma de todas las fuerzas, obtenemos

$$A \cdot \sigma (x + \Delta x) - A \cdot \sigma (x) + A \cdot \Delta x \cdot F_x = 0$$

o bien

$$\frac{\sigma (x + \Delta x) - \sigma (x)}{\Delta x} + F_x = 0.$$

Siendo el grosor del elemento Δx pequeño, el primer sumando aproximadamente igual a la derivada de σ respecto a x caracteriza la velocidad de variación de $\sigma (x)$ a lo largo de la barra, y la propia igualdad se escribe de nuevo así:

$$\frac{d\sigma}{dx} + F_x = 0. \qquad (4)$$

De la misma manera se dedujo el sistema de ecuaciones de equilibrio para el caso espacial más general

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + F_x = 0, \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + F_y = 0, \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + F_z = 0. \end{aligned} \qquad (5)$$

El sistema se obtiene directamente de la condición de igualdad a cero de la suma de todas las fuerzas que influyen sobre un cubo

elemental (fig. 25); el símbolo $\partial\sigma_x/\partial x$ significa, por ejemplo, la denominada *derivada parcial* que es simplemente la velocidad de variación σ_x según la coordenada x, siendo y y z constantes. Cito el sistema (5) para que vean su forma simétrica y elegante. Hasta hoy día ya en el transcurso de más de un siglo y medio los mecánicos usan este sistema casi sin cambiar nada. Antes de aparecer los trabajos de Cauchy los científicos tenían a su disposición las enunciaciones verbales como ley de Galileo sobre la proporcionalidad de la fuerza destructiva y el área de la sección de la barra, mientras que ahora poseen una teoría acabada de las tensiones. Pero los méritos de Cauchy no acaban en eso. Es imposible en el caso general hallar directamente las 6 incógnitas*) σ_x, σ_y, σ_z, τ_{xy}, τ_{xz} y τ_{yz} de las tres ecuaciones de equilibrio (5) y las fuerzas prefijadas en la frontera del cuerpo. Para determinar el estado de tensión es necesario introducir un concepto de deformación del cuerpo más y hacer uso de las leyes que unen las deformaciones con las tensiones, verbigracia, la ley de Hooke para el cuerpo elástico. No obstante, Cauchy resolvió esta tarea también en sus famosos «Ejercicios matemáticos».

Se llama *deformación* de una barra durante la tracción uniaxial *al alargamiento relativo* de la barra, es decir, la relación

*) Por otra parte, existen excepciones denominadas tareas estáticamente determinadas.

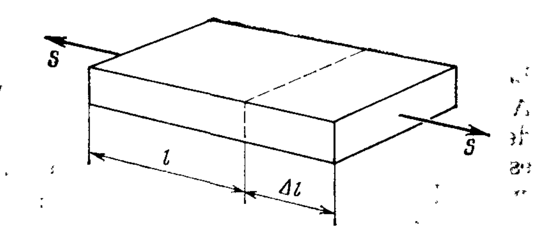


Fig. 27. Así se determina la deformación de la barra a estirar

$$(\text{deformación} = \frac{\text{alargamiento}}{\text{longitud inicial}}).$$

entre la variación de su longitud Δl que surge al actuar la fuerza S, y la longitud inicial de la barra l (fig. 27)

$$e = \frac{\Delta l}{l}. \qquad (6)$$

La deformación es una magnitud adimensional. A veces, para comodidad se expresa en tanto por ciento. Con frecuencia en los cálculos ingenieriles las deformaciones son muy pequeñas, de manera que en todas las fórmulas puede prescindirse de los cuadrados, cubos y grados superiores de las deformaciones. Si la barra se estira de modo no uniforme, por ejemplo mediante las fuerzas centrífugas al moverla, es necesario calcular la deformación en cada uno de sus puntos y hay que hacerlo de la siguiente manera. Señalemos la posición de un punto material mediante su coordenada x antes de la deformación y x' después de ésta. La magnitud $u = u(x) = x' - x$ se denomina

desplazamiento del punto x. Para el elemento de la barra, mostrada en la fig. 26, la longitud inicial es Δx y el alargamiento $\Delta u = u(x + \Delta x) - u(x)$. Conforme a la definición (6), la deformación del elemento es igual a $\Delta u/\Delta x$, la deformación de la barra en el mismo punto x se calcula cuando Δx tiende a cero, por lo tanto,

$$e_x = \frac{\partial u}{\partial x}. \qquad (7)$$

Si tenemos que ver con la deformación espacial del cuerpo, cuando los desplazamientos del punto a lo largo de los ejes x, y y z son iguales a u, v y w, respectivamente, la deformación del elemento del cuerpo se describe mediante seis magnitudes, por tres *deformaciones de tracción—compresión*, a lo largo de los ejes de coordenadas

$$e_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad e_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad e_z = \frac{\partial w}{\partial z} \qquad (8)$$

y tres *deformaciones de cizallamiento*

$$e_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right), \quad e_{xz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right),$$

$$e_{yu} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right). \qquad (9)$$

Desde el punto de vista geométrico, e_x, e_y y e_z prefijan los alargamientos relativos del elemento del cuerpo a lo largo de cada uno de los ejes y $e = e_x + e_y + e_z$ es la variación relativa del volumen. Mientras que las magnitudes de las deformaciones de cizallamiento e_{xy}, e_{xz} y e_{yz} muestran las

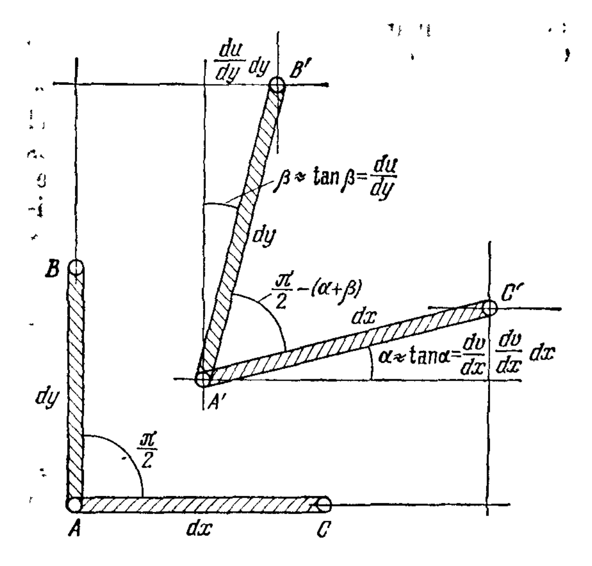


Fig. 28. Deformación de cizallamiento describe la variación de los ángulos entre los elementos perpendiculares AB y AC. Desplazamientos de los puntos A, B y C

	a lo largo del eje x	a lo largo del eje y
Punto A	u,	v,
Punto B	$u+\frac{\partial u}{\partial y}dy$,	$v=\frac{\partial v}{\partial y}dy$.
Punto C	$u+\frac{\partial u}{\partial x}dx$,	$v=\frac{\partial v}{\partial x}dx$.

El cambio del ángulo recto es

$$\alpha+\beta=\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}=2e_{xy}.$$

variaciones de los ángulos entre los lados correspondientes del elemento originadas por la aplicación de la carga (fig. 28). De

la misma manera que para las tensiones, Cauchy encontró que para las deformaciones existen *ejes principales* mutuamente perpendiculares, en los que la deformación del elemento transcurre sin cambiar los ángulos del elemento y se reduce sólo a la compresión—tracción a lo largo de los ejes principales. Las deformaciones correspondientes e_1, e_2 y e_3 se llaman *principales.*

En el siguiente párrafo narraremos cómo Cauchy finalizó la deducción del sistema de ecuaciones en la teoría de la elasticidad que se usa hasta hoy día. Señalemos que las primeras aplicaciones de dichas ecuaciones para resolver tareas concretas fueron hechas ya al cabo de unos cinco años después del descubrimiento de Cauchy. Los ingenieros franceses Lamé y Clapeyron que en aquel entonces trabajaban en Petersburgo, resolvieron las tareas muy importantes para la práctica, tales como, por ejemplo, sobre el equilibrio de un cilindro vacío de paredes gruesas o de una esfera bajo la acción de la presión interna. Las obras de Cauchy que tenía entonces tan sólo 33 años y que dio al mundo las ecuaciones de la teoría matemática de la elasticidad, no pasaron desapercibidas en Francia, al científico le fue otorgado el título de barón.

§ 6. Elasticidad y no elasticidad

Es imposible calcular el estado de deformación tensa de las construcciones y sus elementos sin saber las propiedades mecánicas

del cuerpo. Ellas deben medirse y describirse con ecuaciones que en la mecánica se denominan ecuaciones del estado o ecuaciones determinantes. Estas dependencias matemáticas caracterizan, hablando en rigor, el comportamiento de un objeto perfecto (ideal), sólo es importante que el modelo ideal reproduzca el comportamiento del cuerpo real con una exactitud aceptable.

Las propiedades mecánicas de los materiales se estudian mediante muestras, confeccionadas especialmente, que se sujetan en una máquina de prueba. Durante los ensayos se miden y escriben las tensiones y deformaciones que surgen en la muestra al aumentar la carga. La gráfica obtenida de la dependencia entre las tensiones y deformaciones se denomina por lo general *curva de deformación*. Una cuestión muy importante es: si refleja bien o mal dicha curva las propiedades del mismo material y si depende su forma de las dimensiones y la forma de la muestra y de las propiedades de la máquina. Sólo una respuesta positiva a este interrogante testimonia la autenticidad de las pruebas realizadas.

Examinemos uno de los tipos principales de los ensayos, o sea, la tracción de una muestra cilíndrica bajo la acción de una fuerza S que crece paulatinamente (fig. 27). La curva de una deformación uniaxial de la muestra hecha de acero pobre en carbono, tiene aproximadamente la forma que da la fig. 28. Hasta cierto punto la deformación relativa permanece siendo directa-

mente proporcional a la tensión (los puntos de la sección rectilínea de la curva OA en el diagrama). Si se quita la carga (se descarga la muestra), el cuerpo adquiere su forma inicial (este proceso se describe por esa misma sección rectilínea de la curva). En este caso se habla de *la deformación elástica reversible* y la relación matemática que expresa la dependencia directamente proporcional entre la tensión y deformación, se escribe como

$$\sigma = Ee,$$

donde E es el coeficiente de proporcionalidad, una magnitud constante que caracteriza la capacidad del material de resistir la acción de la fuerza, que lleva el nombre de *módulo de elasticidad* o módulo de Young. De continuación de la recta en el diagrama sirve una sección encorvada que describe la llamada *deformación plástica irreversible.* Supongamos que la tensión, creada en la muestra y correspondiente a los puntos de dicha sección (punto B), a continuación disminuye hasta cero. La muestra ya no tomará la forma inicial pues adquiere cierta *deformación residual* (punto C) e_{res}. El comportamiento de la muestra durante la descarga se describe esta vez por medio de una línea recta de puntos BC casi paralela a la sección inicial OA. Al cargar la muestra de nuevo, ésta se deformará de modo elástico hasta el punto B, luego las deformaciones crecerán a tensión constante. En este caso se dice que se ha alcanzado *el límite de flui-*

dez del material. El posterior aumento de las tensiones se denomina *endurecimiento* del material. Para los materiales reales todo resulta más complejo y la curva de la deformación plástica depende de la velocidad de carga de la muestra. En cambio, la dependencia de la velocidad de muchos materiales de construcción es pequeña y la diferencia entre las curvas de deformación que se toman a velocidades de deformación que difieren centenares de veces, no supera la dispersión de los diagramas, tomados para muestras independientes.

Es interesante que por la curva de deformación es cómodo juzgar sobre la energía acumulada en la muestra. Si en cierto momento, correspondiente al punto M, actuando la fuerza $S = A\sigma$, el alargamiento $l \cdot e$ aumenta en $l \cdot \Delta e$, se realiza un trabajo complementario $\sigma \cdot A \cdot l \cdot \Delta e = \sigma \cdot \Delta e \cdot V$ (V es el volumen de la muestra) y en tanto aumenta la energía de las deformaciones. Por consiguiente, el incremento de la energía en unidad de volumen es igual a $\Delta w = \sigma \cdot \Delta e$; en la fig. 29 este incremento se muestra por el área rayada de la columna $\sigma \cdot \Delta e$. Así, pues, si al cargar la muestra, la deformación que surge se caracteriza por el punto B, el trabajo w realizado por la unidad de volumen es igual al área de la figura OBD. Ésta consta de la energía elástica reversible, igual al área del triángulo BCD, y el trabajo irreversible de las deformaciones plásticas mostrado por el área OBC. Para un material linealmente elásti-

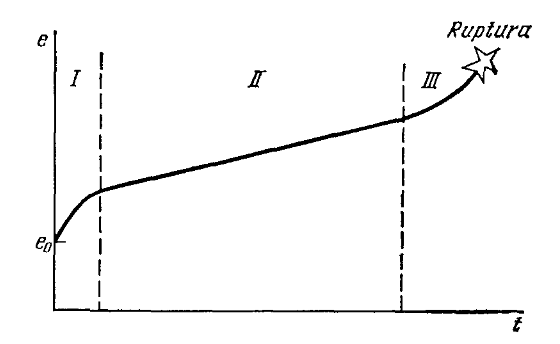


Fig. 29. Curva típica de una deformación uniaxial de cierta muestra hecha de acero pobre en carbono.

co que se somete a la ley de Hooke $\sigma = Ee$, la energía elástica específica es

$$w = \frac{1}{2}\sigma e = \frac{1}{2}Ee^2 = \frac{1}{2}\frac{\sigma^2}{E}, \qquad (10)$$

ya que desde el punto de vista geométrico esto es precisamente el área de un triángulo rectángulo con los catetos σ y e.

Los materiales naturales y artificiales, que nos rodean y que se someten a diversas condiciones de explotación, manifiestan propiedades tanto elásticas, como no elásticas. Se sabe que con frecuencia los materiales de los que están hechos los aparatos químicos, las turbinas de gas y vapor, los motores a chorro de aviación y de cohete experimentan la acción de altas temperaturas y cargas de fuerza considerables. La imitación de semejantes condiciones en los experimentos con las muestras mostró que

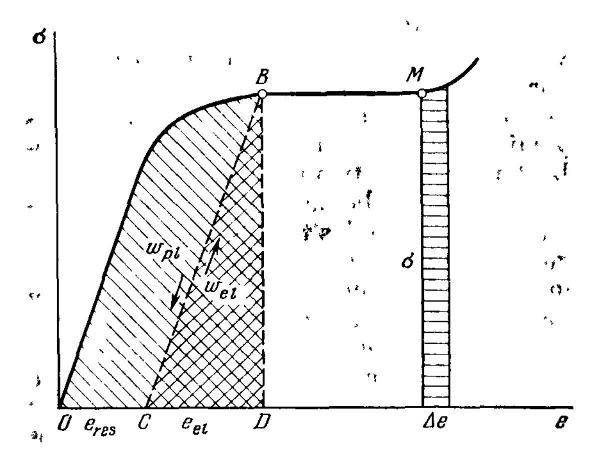


Fig. 30. Curva típica de la fluencia de alta temperatura.

estas últimas se deforman paulatinamente incluso bajo la acción de una carga constante. Este fenómeno obtuvo el nombre de *fluencia*. La fluencia acota el plazo de servicio del artículo, puesto que puede conducir o bien a la acumulación de deformaciones inadmitibles, o bien simplemente a la destrucción. La fig. 30 representa de modo esquemático la curva de la fluencia de la muestra que se estira con una fuerza constante. La fuerza aplicada de repente en el momento inicial provoca una deformación instantánea e_0 (elástica o elasto-plástica), luego la deformación comienza a aumentar poco a poco. Como regla, primero se observa *la fluencia no establecida* (sección I) con una velocidad disminuyente, luego *la*

fluencia establecida (sección II) cuando la velocidad de la fluencia es casi constante y, por fin, *la fluencia acelerada* (sección III), donde en la muestra se forman microporos y microgrietas y que finaliza destruyéndola. La escala de tiempos en la curva de fluencia puede ser la más diversa. La durabilidad calculada de las turbinas de vapor estacionarias es de decenas de años, mientras que la fluencia de la tobera de propulsión de un cohete se desarrolla mucho más rápido bajo la influencia de las tensiones y temperaturas mucho más altas, pero el tiempo de funcionamiento de semejante motor es de varios minutos. Claro que los modelos mecánicos que se utilizan en los cálculos de fluencia corta o larga, deben diferenciarse.

Al estudiar la resistencia mecánica y destrucción de las piezas, construcciones y máquinas se diferencian dos tipos de cargas: 1) estáticas y 2) dinámicas. Las cargas *estáticas* son las que crecen paulatinamente desde valores nulos hasta los finales, provocando en el cuerpo un crecimiento lento de tensiones y deformaciones. Aquí en cualquier momento existe el equilibrio entre las fuerzas internas y exteriores, mientras que al actuar una carga *dinámica*, se infringe el equilibrio entre ellas. Como ejemplo de una carga estática puede servir la elevación de la carga a cierta altura con una velocidad constante (movimiento establecido) cuando en cualquier momento de tiempo existe el equilibrio entre la carga (fuerza

exterior) y la tensión en el cable (fuerza interna). Al mismo tiempo, siendo el movimiento de la misma carga no uniforme (por ejemplo, acelerado), sobre el cable elástico que percibe la carga, además, actúan las fuerzas de inercia. Para grandes aceleraciones surgen fuerzas de inercia considerables que deben tomarse en consideración en los cálculos. El carácter dinámico de la acción se siente cuando las cargas se aplican de repente y, naturalmente, para el cargamento de impacto.

En nuestro ejemplo la fuerza exterior (la carga) conservaba su valor y dirección. No obstante, en la práctica muchas máquinas o ciertas piezas de éstas funcionan en condiciones cuando las fuerzas y los momentos en acción varían tanto por su valor, como por la dirección (el signo). De acuerdo con estas variaciones cambiarán según el valor y el signo las tensiones originadas por ellos. Los rieles ferroviarios, los árboles de los motores, las paletas de las turbinas, etc., se someten a cargas variables. Una importancia peculiar en la construcción de maquinaria adquirió el cargamento dinámico periódico (cíclicos) que conduce a los cambios periódicos (cíclico) de las tensiones. La cantidad de variaciones N del valor y del signo de las tensiones puede ser muy grande. Así, durante la rotación del árbol cargado mediante una fuerza P constante según el valor y la dirección, y que trabaja continuamente en el transcurso de 7 horas cada día, haciendo 400 rpm, la cantidad de

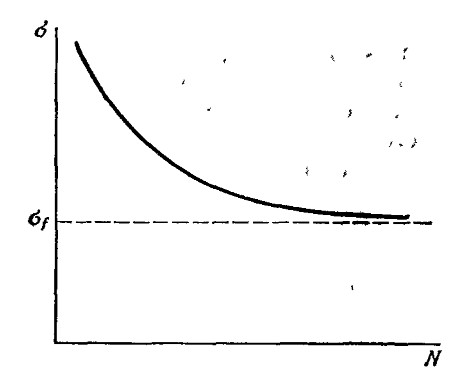


Fig. 31. Curva típica de la resistencia a la fatiga (curva de Wöhler) para el hierro y acero.

variaciones del valor y del signo de las tensiones en el transcurso del año es

$$N = 400 \cdot 60 \cdot 7 \cdot 365 \approx 6{,}13 \cdot 10^7.$$

La variación múltiple de las tensiones, tanto según la magnitud como según el signo, conduce a la acumulación de deterioros en el material que recibió el nombre de «*fatiga*» del material. Este fenómeno se denomina «*resistencia a la fatiga*» del material. Una investigación minuciosa de este problema fue realizada a mediados del siglo XIX por un ingeniero ferroviario alemán A. Wöhler. En la fig. 31 se da la curva típica de la vida de fatiga para el hierro y el acero que generalmente se denomina *curva de Wöhler.* Por el eje de ordenadas se traza la tensión σ y por el eje de abscisas se acostumbra a trazar la cantidad de ciclos N

que soporta la muestra hasta destruirse. Por regla general, después de varios millones de ciclos de cargamento la curva de Wöhler se hace prácticamente horizontal. Si la curva de la vida de fatiga se comporta de esa manera, para el material existe *un límite de la vida de fatiga* σ_f que prefija la mayor tensión para la cual la muestra no se rompe, siendo la cantidad de los ciclos tan grande como se quiera. Siempre se puede calcular por la curva de Wöhler el nivel de las tensiones de funcionamiento por la durabilidad prefijada del árbol o su durabilidad según el nivel prefijado de las cargas. Por lo visto, del árbol en rotación examinado más arriba puede decirse si él funcionó durante un año, trabajará todavía por lo menos unos cinco años más (si la máquina no envejece moralmente o si no la deshechan antes).

Más tarde volveremos a contar sobre algunas peculiaridades del cálculo de la destrucción en las condiciones de fatiga, mientras que ahora señalemos que el mismo Wöhler indicaba que para las cargas cíclicas la estructura cristalina del metal se debilita y pierde ciertas propiedades, a su vez, eso contribuye a la destrucción. A propósito, es curioso que en los «Apuntes de un turista» M.H. Stendhal, siendo por lo visto una persona observadora, dio una descripción bastante precisa de la fractura por fatiga: «El eje de mi carruaje se rompió inesperadamente. Yo examiné atentamente la estructura del hierro en el lugar de la fra-

tura. El hierro se hizo de grano grueso, por lo visto porque sirve desde hace mucho tiempo...».

§ 7. Principios de la teoría de la elasticidad

Volvamos por algún tiempo a la ley de Hooke y examinémosla con un poco más de detalle. Un complemento esencial a ella la hizo Poisson en forma de ley de enlace de las deformaciones longitudinales y transversales. Si a una placa elástica se le aplica una tensión de tracción σ_1, ella se alarga en esta dirección y se comprime en dirección transversal. Poisson encontró que la razón entre la deformación transversal e_2 y la longitudinal e_1 es una magnitud constante

$$e_2 = -\nu e_1. \qquad (11)$$

La constane ν se denomina *coeficiente de Poisson*.

Teniendo en cuenta la ley de Hooke

$$e_1 = \frac{\sigma_1}{E}, \qquad (12)$$

obtenemos

$$e_2 = -\nu \frac{\sigma_1}{E}. \qquad (13)$$

Resultó que los dos números E y ν describen por completo el comportamiento del cuerpo linealmente elástico para cualquier cargamento más complejo. En efecto, para los ejes principales el estado de tensión es

la superposición de tres tracciones—compresiones de las tensiones σ_1, σ_2, σ_3 en direcciones mutuamente perpendiculares. Después de calcular las deformaciones transversales y longitudinales por las fórmulas tipo (12) y (13) y sumarlas, obtenemos la ley espacial de Hooke

$$\begin{aligned} e_1 &= \frac{1}{E}[\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)], \\ e_2 &= \frac{1}{E}[\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)], \\ e_3 &= \frac{1}{E}[\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)] \end{aligned} \tag{14}$$

En los ejes arbitrarios las deformaciones se determinan mediante semejantes dependencias, sólo que se les añaden las fórmulas para las deformaciones de cizallamiento

$$\begin{aligned} e_x &= \frac{1}{E}[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)], \\ e_y &= \frac{1}{E}[\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)], \\ e_z &= \frac{1}{E}[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)], \\ e_{xy} &= \frac{1+\nu}{E}\tau_{xy}, \\ e_{yz} &= \frac{1+\nu}{E}\tau_{yz}, \\ e_{zx} &= \frac{1+\nu}{E}\tau_{zx}. \end{aligned} \tag{15}$$

Sumando las primeras tres fórmulas, obtenemos el enlace entre *la deformación volumétrica* $e = e_x + e_y + e_z$ (la variación re-

lativa del volumen del elemento) y *la tensión hidrostática* $\sigma = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$ semejante a la presión en el líquido:

$$\sigma = \frac{Ee}{3(1-2\nu)} . \qquad (16)$$

La constante $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ se denomina *módulo de cizallamiento* y la constante $K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$, *módulo volumétrico de elasticidad.* Partiendo del principio de conservación de la energía, se deduce que E, μ y K son positivos y el módulo de cizallamiento $-1 \leqslant \nu \leqslant 1/2$. Para los materiales reales de construcción $\nu > 0$ (durante la tracción las dimensiones transversales se comprimen), a pesar de que de la teoría no se desprende el hecho de que no puedan existir materiales con el coeficiente de Poisson negativo. En el caso límite cuando $\nu = 1/2$ el material se llama *no compresible*, claro que eso es una idealización, pues los materiales reales siempre se comprimen aunque sea un poco. Los valores aproximados de las constantes elásticas de algunos materiales se citan en la tabla 1 para informarse.

Así, pues, ya un siglo y medio, merced a Cauchy, disponemos de un sistema completo de ecuaciones para la tarea espacial de la teoría de la elasticidad *). Pero incluso

*) El nombre más exacto es teoría lineal de la elasticidad (en las matemáticas la dependencia entre las deformaciones y los primeros grados de las tensiones (15) se denomina lineal).

Tabla 1

Material	E, MN/m²	ν	c_1, km/s	c_2, km/s
Hierro	$2{,}06\cdot10^5$	0,28	5,8	3,2
Aluminio	$0{,}69\cdot10^5$	0,33	6,1	3,1
Vidrio	$0{,}69\cdot10^5$	0,25	5,7	3,2

hasta la actualidad es un problema muy difícil el obtener con su ayuda las soluciones exactas. Las soluciones analíticas se logran confeccionar solamente para configuraciones idealizadas muy simples, mientras que es muy difícil obtener soluciones numéricas para cuerpos espaciales reales incluso haciendo uso de los ordenadores modernos. Afortunadamente, conforme al principio de Saint-Venant, los detalles espaciales del cuadro del estado de tensión tienen importancia sólo en las inmediaciones de los lugares donde hay un brusco cambio de la frontera o de los lugares donde se aplican las cargas concentradas, en la parte restante del elemento de la construcción el estado es próximo a uno más simple uni o bidimensional (al estado de tracción, torsión, flexión, etc.).

Para lo posterior nos es útil mencionar las tareas de la teoría de la elasticidad denominadas plana y antiplana.

En la tarea plana de la teoría de la elasticidad se distinguen el estado plano de tensión y la deformación plana. *El estado*

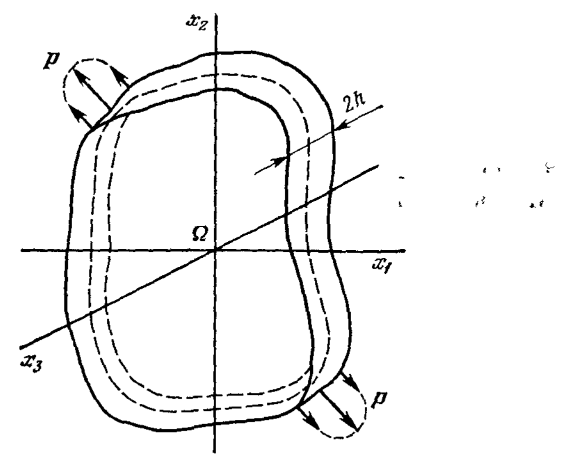


Fig. 32. Estado plano de tensión se **observa** en una placa fina cargada en su plano.

plano de tensión se realiza aproximadamente en una placa plana cargada por fuerzas paralelas a su plano y distribuidas de manera simétrica por el grosor de modo que no origine su flexión (fig. 32). Si como tensiones y cizallamientos se comprenden sus valores medios según el grosor, se diferenciarán de cero solamente los cizallamientos u y v y las tensiones σ_x, σ_y y τ_{xy} en el plano de la placa. En el sistema de ecuaciones del estado plano de tensión participarán las ecuaciones de equilibrio

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y}+F_x=0,$$
$$\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_y}{\partial y}+F_y=0, \qquad (17)$$

las expresiones para las deformaciones

$$e_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad e_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad e_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \tag{18}$$

y la ley de Hooke

$$e_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y), \quad e_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x),$$

$$e_{xy} = \frac{1+\nu}{E}\tau_{xy}. \tag{19}$$

En semejante planteamiento la tarea se convierte en plana, pero después de resolverla la deformación no plana restante e_z (la variación del grosor de la placa) puede calcularse según la fórmula

$$e_z = -\frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y). \tag{20}$$

El otro caso, es decir, *la deformación plana* se realiza aproximadamente en un cuerpo cilíndrico largo (fig. 33) si todas las fuerzas están dirigidas perpendicularmente a su eje y son las mismas en cualquiera de sus secciones transversales. En este caso

$$u = u(x, y), \; v = v(x, y), \; w = 0, \tag{21}$$

y por eso solamente e_x, e_y, e_{xy} se diferencian de cero. Para la deformación plana son válidas las ecuaciones de equilibrio (17), las dependencias entre las deformaciones y tensiones (18) y la ley de Hooke (19) si se rea-

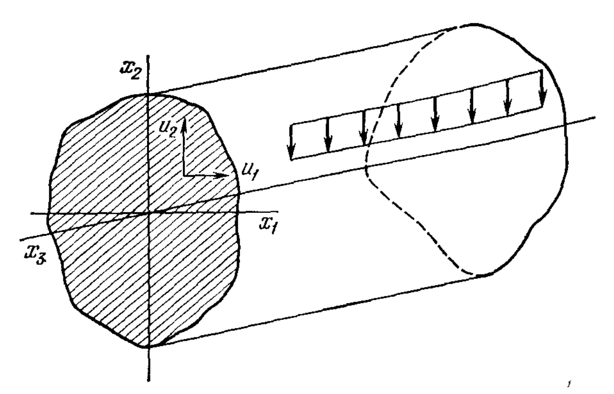


Fig. 33. Deformación plana se observa en un cuerpo cilíndrico largo cargado uniformemente según la longitud por las fuerzas normales.

liza una sustitución formal de las constantes

$$\nu \text{ por } \nu_* = \frac{\nu}{1-\nu} \text{ y } E \text{ por } E_* = \frac{E}{1-\nu^2}. \tag{22}$$

Las tensiones tangenciales τ_{xz} y τ_{yz} para la deformación plana son nulas y la tensión axial se calcula (después de resolver la tarea plana) según la fórmula

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y). \tag{23}$$

Por fin, *la deformación antiplana* (que es antípoda de la deformación plana) se realiza aproximadamente en un cuerpo cilíndrico largo cargado de tensiones tangen-

ciales que no varían a lo largo de la generatriz, τ_{xz} y τ_{yz}. En este caso

$$u = v = 0, \; w = w(x, y), \qquad (24)$$

y son diferentes de cero solamente las deformaciones

$$e_{xz} = \frac{1}{2}\frac{\partial w}{\partial x}, \quad e_{yz} = \frac{1}{2}\frac{\partial w}{\partial y} \qquad (25)$$

y las tensiones

$$\tau_{xz} = 2\mu e_{xz} = \mu\frac{\partial w}{\partial x}, \quad \tau_{yz} = 2\mu e_{yz} = \mu\frac{\partial \omega}{\partial y}.$$

La ecuación de equilibrio será sólo

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} = 0.$$

Señalemos que el desplazamiento w en la tarea antiplana satisface la llamada *ecuación armónica*

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0,$$

que desempeña un papel primordial en las matemáticas.

Hasta ahora se habló del equilibrio de un cuerpo elástico. ¿Pero de qué manera se describe su movimiento? Resulta que el sistema de ecuaciones para el movimiento de un medio continuo es asombrosamente pare-

cido al sistema (5) de las ecuaciones de equilibrio

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}+F_x=\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\
&\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_y}{\partial y}+\frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z}+F_y=\rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \qquad (28)\\
&\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial \sigma_z}{\partial z}+F_z=\rho\frac{\partial^2 w}{\partial z}.
\end{aligned}
$$

A diferencia del sistema (5) aquí en los segundos miembros no hay ceros, sino los productos de la densidad del medio ρ por la componente de la aceleración (a lo largo del eje correspondiente x, y y z). Pero así debe de ser, pues, tenemos de hecho la escritura de la segunda ley de Newton: la suma de las fuerzas exteriores que actúan sobre un cubo elemental es igual a su masa multiplicada por la aceleración originada por las fuerzas aplicadas*). Todas las demás fórmulas (la ley de Hooke (15) o las expresiones de las deformaciones mediante cizallamientos (8)—(9)) permanecen válidas en el caso del movimiento de un cuerpo elástico.

Para resolver tanto los problemas de equilibrio, como los del movimiento es necesario saber las cargas exteriores, aplicadas a la superficie del cuerpo (por ejemplo, la

*) Recordemos que las ecuaciones (5) eran consecuencia de la primera ley de Newton: en estado de reposo la suma de todas las fuerzas exteriores es nula.

presión del líquido sobre la parte submarina de la obra) o los desplazamientos en aquellos puntos de la frontera donde se les puede considerar conocidos (por ejemplo, pueden menospreciarse los desplazamientos en el lugar del encolado rígido de una junta de caucho con una losa de acero inmóvil). Al resolver el problema sobre el movimiento del cuerpo, deben conocerse complementariamente las condiciones iniciales, es decir, las posiciones de los puntos y sus velocidades en el momento inicial de tiempo.

Señalemos una propiedad muy importante de las soluciones de los problemas sobre el movimiento o equilibrio de los cuerpos linealmente elásticos. Para hallar el estado de deformación tensa de un cuerpo linealmente elástico influenciado por un sistema complejo de fuerzas superficiales y volumétricas no es obligatorio resolver la tarea directamente, pueden resolverse unas de tareas particulares más simples para cada una de las influencias exteriores del sistema de fuerzas por separado, sumando a continuación las tensiones y deformaciones obtenidas. Los mecánicos hacen gran uso de esa posibilidad de sumar las soluciones de la teoría lineal de la elasticidad. Consiguiendo «por ladrillitos» las soluciones relativamente sencillas, ellos confeccionan unas combinaciones bastante complejas que son soluciones de tareas interesantes e importantes desde el punto de vista práctico.

En las tareas dinámicas *las ondas elásticas* son precisamente esas soluciones tan

sencillas. Para todos son habituales las representaciones de que las ondas que surgen al chocar, se propagan, refractan, reflejan, etc., por el aire, agua y sólidos. Al chocar contra un cuerpo elástico (por ejemplo, contra el tubo de un cañón), en él, reflejándose y refractándose múltiples de veces, se mueven con grandes velocidades las ondas elásticas. En la profundidad del cuerpo se propagarán las llamadas *ondas volumétricas*, mientras que en la proximidad de la superficie, las *ondas superficiales*, especiales. Examinemos los tipos fundamentales de las soluciones ondulatorias, sumando las cuales puede llegarse a la descripción de los procesos dinámicos complejos que transcurren en los cuerpos elásticos.

El tipo más simple de las ondas volumétricas son *las ondas planas*, en las cuales los desplazamientos dependen solamente de una coordenada, supongamos que de x, y del tiempo t

$$u = u(x, t); \; v = v(x, t), \; w = w(x, t). \quad (29)$$

En la onda plana todas las partículas del cuerpo*), yacentes en el plano $x = \text{const}$ se mueven de la misma manera. Para obtener las ecuaciones que describen las ondas planas, pongamos (29) en (8) y (9) y calcu-

*) Que consideramos ilimitado, ya que se trata de las zonas de un cuerpo real bastante alejadas de sus fronteras,

lemos las deformaciones

$$e_x=\frac{\partial u}{\partial x},\quad e_y=e_z=0,\quad e_{xy}=\frac{1}{2}\frac{\partial v}{\partial x},$$

$$e_{xz}=\frac{1}{2}\frac{\partial w}{\partial x},\quad e_{yz}=0$$

y luego, aplicando la ley de Hooke **(15)**, hallemos las tensiones

$$\sigma_x=\frac{E(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)}\frac{\partial u}{\partial x},\quad \tau_{xy}=\frac{E}{1+\nu}\frac{\partial v}{\partial x},$$

$$\tau_{xz}=\frac{E}{1+\nu}\frac{\partial w}{\partial x}.$$

Sustituyendo estas expresiones en las ecuaciones de movimiento (28) (en las cuales para simplicidad consideremos que las fuerzas volumétricas son nulas), llegaremos a las *ecuaciones* llamadas *de onda*

$$c_1^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \tag{30}$$

$$c_2^2\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 v}{\partial t^2},\quad c_2^2=\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \tag{31}$$

donde

$$c_1=\sqrt{\frac{E}{\rho}\frac{1-\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)}},$$

$$c_2=\sqrt{\frac{E}{\rho}\frac{1}{2(1+\nu)}}. \tag{32}$$

Las ecuaciones tipo (30) y (31) se llaman ecuaciones de la onda ya que, como no es

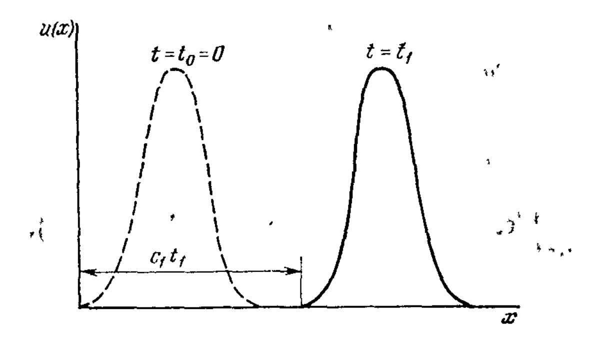


Fig. 34. Distribución de las pertubaciones para los momentos $t = t_0 = 0$ y t_1.

difícil de verificar mediante una sencilla sustitución de la expresión

$$u = U(x - c_1 t),\ v = V(x - c_2 t),$$
$$w = W(x - c_2 t), \tag{33}$$

son soluciones de estas ecuaciones para cualesquiera funciones U, V y W. De la figura 34, en la que se muestra la gráfica de la función $u(x)$ para dos momentos sucesivos de tiempo $t_0 = 0 < t_1$, se ve que la primera de las expresiones de (33) describe una onda con el perfil invariable $U(x)$ que se propaga hacia la derecha a velocidad c_1. Esta *onda* se denomina *longitudinal* u *onda de compresión—dilatación*, puesto que las partículas en semejante onda se comprimen y estiran, moviéndose en dirección de la propagación de la onda (fig. 35 *a*). Las ondas que se describen mediante las dos últimas expresio-

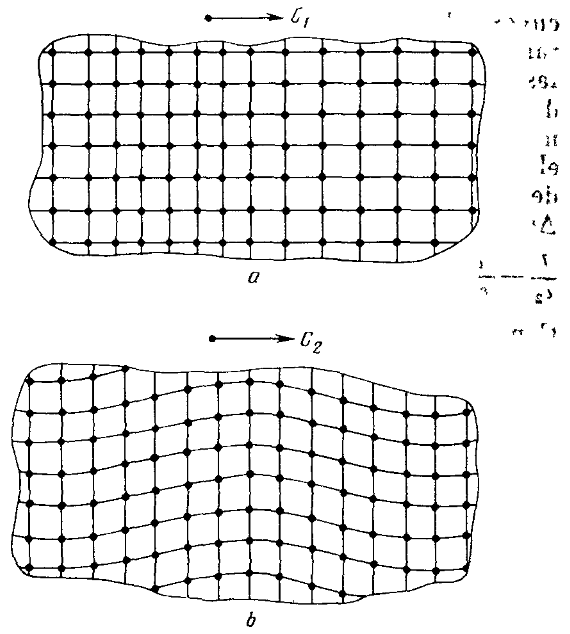


Fig. 35. Deformación del cuerpo, al pasar las ondas longitudinal (*a*) y transversal (*b*).

nes de (33), se llaman *ondas transversales* u *ondas de cizallamiento* u *ondas de distorsión*, porque las partículas del medio se desplazan a través de la dirección del movimiento de la onda, experimentando solamente las deformaciones de cizallamiento. En este caso se deforma sólo su forma, mientras que el volumen no cambia (fig. 25 *b*). La velocidad de la onda longitudinal c_1 supera siempre la velocidad de la onda transversal c_2,

cuyos valores aproximados para algunos metales se citan en la tabla 1. La diferencia de las velocidades de ondas de dilatación y distorsión se utiliza, por ejemplo, en la sismología para determinar la distancia hasta el foco del terremoto l según la diferencia de los tiempos de la llegada de las ondas Δt. Es obvia la relación

$$\frac{l}{c_2}-\frac{l}{c_1}=\Delta t.$$

Como un caso particular importante de las ondas planas sirven las *ondas armónicas* para las cuales las funciones U, V y W son en sí los cosenos o senos, verbigracia,

$$u=U_0 \operatorname{sen}[k_1(x-c_1t)]= \\ =U_0 \operatorname{sen}\left[\omega\left(\frac{x}{c_1}-t\right)\right]. \quad (34)$$

Aquí U es *la amplitud de la onda*, ω, *la frecuencia de la onda* (la frecuencia del movimiento ondulatorio de las partículas), $k_1=\omega/c_1$, el llamado *número de onda* (constante de longitud de onda). *La longitud de la onda* $L=2\pi/k_1=2\pi c_1/\omega$. Es característico que las velocidades de las ondas volumétricas no dependen ni de la amplitud, ni de la frecuencia de la onda, esto significa que cualesquiera señales por el volumen de un cuerpo elástico se transmiten sin amortiguamiento y variación de la forma denominada dispersión.

La existencia de unas ondas peculiares cerca de la superficie, cuya amplitud disminuye rápidamente con la profundidad,

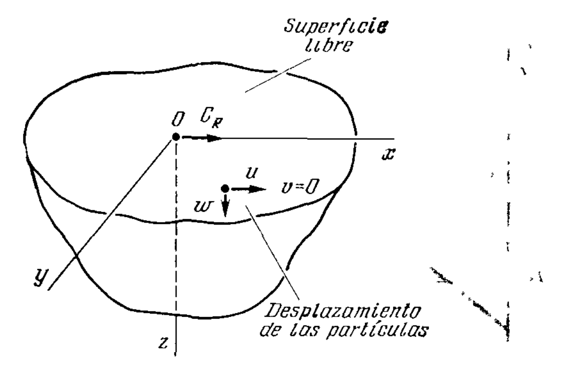


Fig. 36. Semiespacio elástico $z \geqslant 0$ a lo largo de cuya superficie se propaga la onda de Rayleigh,

fue predicha desde el punto de vista teórico ya en 1885 por el científico inglés J. Rayleigh. El demostró que en un espacio elástico $z \geqslant 0$*) con una frontera libre ($\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ para $z = 0$) (fig. 36) las ecuaciones de la tarea dinámica de la teoría de la elasticidad (8), (9), (15), (28) tienen soluciones tipo

$$u = (U_1 e^{-\lambda_1 \omega z} + U_2 e^{-\lambda_2 \omega z})\, \omega \cos \omega \left(\frac{x}{c_R} - t \right),$$

$$v = 0, \qquad (35)$$

$$w = (W_1 e^{-\lambda_1 \omega z} + W_2 e^{-\lambda_2 \omega z})\, \omega \operatorname{sen} \omega \left(\frac{x}{c_R} - t \right)$$

*) De esta manera en la mecánica se simula una pequeña sección en la superficie de un cuerpo finito, por cuya pequeñez pueden menospreciarse la curvatura de la frontera y la influencia de las partes del cuerpo alejadas de ella.

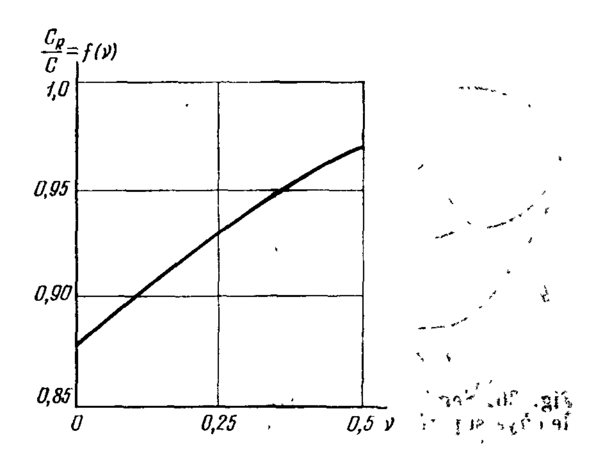


Fig. 37. Dependencia entre la razón de la velocidad de la onda de Rayleigh c_R con respecto a la velocidad de la onda de torsión c_2 y el coeficiente de Poisson ν.

donde U_1, U_2, W_1, W_2, λ_1, λ_2 dependen solamente de las constantes elásticas E y ν, con la particularidad de que $\lambda_1 > 0$, $\lambda_2 > 0$. Las fórmulas (35) describen las ondas de Rayleigh, o sea, ondas armónicas que se propagan a lo largo de la superficie del cuerpo en dirección del eje x a velocidad $c_R = c_2 f(\nu)$, donde c_2 es la velocidad de las ondas volumétricas de distorsión y $f(\nu)$ una función que no varía fuertemente del coeficiente de Poisson, sus valores yacen entre 0,874 y 0,955 para todos los materiales conocidos (fig. 37). Las partículas del medio en las ondas de Rayleigh experi-

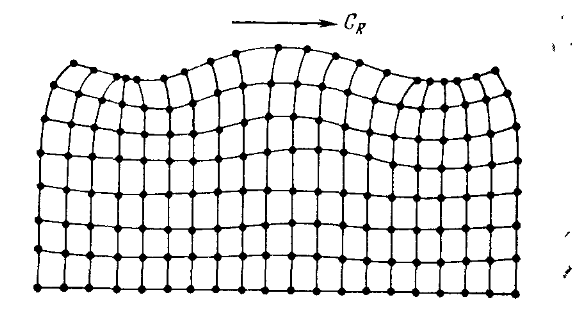


Fig. 38. Deformación del cuerpo al pasar la onda superficial de Rayleigh.

mentan tanto la compresión—dilatación, como la distorsión (fig. 38), su amplitud disminuye con gran rapidez respecto a la profundidad. Las ondas de Rayleigh fueron descubiertas teóricamente por los sismólogos. Resultó que estas mismas ondas que poseen gran amplitud y energía, son la causa principal de las destrucciones de las edificaciones terrestres durante dos terremotos. Ellas llegan del foco del terremoto más tarde de las ondas volumétricas de dilatación y distorsión ($c_R < c_2 < c_1$), pero contienen la parte principal de la energía *). Señalemos que las ondas de Rayleight pueden ser útiles, tienen gran aplicación, por ejemplo, al

*) Según algunas estimaciones, la energía de transporte se distribuye de la siguiente manera: las ondas de compresión—dilatación poseen el 7 por 100, las ondas de distorsión, el 26 por 100 y las de Rayleigh, el 67 por 100.

controlar los defectos superficiales. Esto tiene suma importancia para asegurar la integridad de las construcciones, pues, como ya verán Ustedes precisamente semejantes defectos son los más peligrosos.

§ 8. Concentración de tensiones

Ya hemos mencionado qué papel fatal pueden desempeñar los orificios y cortes, por ejemplo, para un cuerpo de acero de un buque. La presencia de un cambio brusco de la forma de la superficie de un cuerpo elástico conduce a una elevación esencial de las tensiones en la proximidad inmediata de dicho lugar. Se dice que en el cuerpo apareció un *concentrador de tensiones*, y el propio fenómeno del surgimiento del pico local, muy peligroso frecuentemente, de las tensiones recibió el nombre de *concentración de tensiones*.

El fenómeno de la concentración de tensiones fue detectado primero por los teóricos, mientras que los experimentadores, incluso en las pruebas reales del destructor británico «Wolf» en 1903, no lo descubrieron, ya que no se les ocurrió poner aunque fuese un dispositivo registrador en las proximidades de la escotilla naval. Ello parece raro si bien se sabe de la práctica cotidiana que, verbigracia, para dividir cuidadosamente una pastilla o arrancar un pedazo de tela es necesario hacer un pequeño corte preliminar.

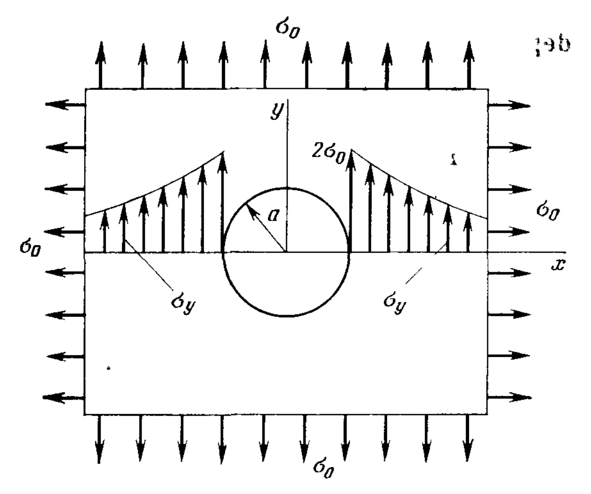


Fig. 39. Tracción biaxial de la placa con orificio redondo.

Así, pues, si tratamos el problema sobre la dilatación biaxial de una placa elástica con orificio redondo (fig. 39), descubrimos que en las inmediaciones del contorno del orificio las tensiones de circunvalación aumentan el doble en comparación con las tensiones a lo lejos de éste (o con las tensiones que surgían en un cuerpo denso antes de aparecer el orificio). La distribución de las tensiones en el sistema polar de coordenadas *) se describe mediante las siguientes

*) Cada punto en el plano se caracteriza por su distancia hasta el polo y mediante el ángulo de inclinación θ del radio vector (que une el punto en cuestión con el polo) con respecto al eje polar, o sea, a la recta horizontal que atraviesa el polo.

dependencias

$$\sigma_r = \sigma_0\left(1-\frac{a^2}{r^2}\right),$$

$$\sigma_\theta = \sigma_0\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right), \qquad (36)$$

$$\tau_{r\theta} = 0.$$

Ellas muestran que al aproximarse al orificio (al disminuir r), la tensión radial σ_r disminuye hasta cero, mientras que la tensión de circunvalación σ_θ aumenta hasta $2\sigma_0$. En este caso se dice que *el coeficiente de concentración de tensiones K* es igual a 2. Para el caso general K se calcula con ayuda de la relación

$$K = \frac{\sigma_{\text{máx}}}{\sigma_{\text{n}}},$$

donde $\sigma_{\text{máx}}$ es la tensión local máxima provocada por el concentrador de tensiones y σ_{n}, la tensión «nominal» que surgiría en ausencia del concentrador.

Si se retira parte de las cargas y se deja solamente la tracción a lo largo de un eje (fig. 12), como mostró en 1898 el ingeniero alemán Kirsch, la concentración de tensiones no disminuye, sino aumenta considerablemente. La solución de Kirsch se describe ya mediante fórmulas más complejas:

$$\sigma_r = \frac{1}{2}\sigma_0\left[\left(1-\frac{a^2}{r^2}\right) - \right.$$

$$\left. - \left(1+\frac{3a^4}{r^4}-\frac{4a^2}{r^2}\right)\cos 2\theta\right],$$

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2}\sigma_0\left[\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)+\right.$$

$$\left.+\left(1+\frac{3a^4}{r^4}\right)\cos 2\theta\right], \qquad (37)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{2}\sigma_0\left(1-\frac{3a^4}{r^4}+\frac{2a^2}{r^2}\right)\operatorname{sen} 2\theta.$$

El hallar las mayores tensiones, aplicando las fórmulas (37) podrán hacerlo sin duda alguna todos los estudiantes de primer curso, sin hablar ya de los ingenieros. La tensión de circunvalación σ_θ adquiere su valor máximo $3\sigma_0$ en los puntos A del eje x en el contorno del orificio, mientras que la tensión radial es máxima en los puntos B del eje x, pero hacia un lado del orificio, donde $r = a\sqrt{2}$ y $(\sigma_r)_{\text{máx}} = \frac{3}{8}\sigma_0$. El coeficiente de concentración de tensiones es en el caso dado igual a tres, mientras que el máximo local para las tensiones radiales resulta tener también importancia para analizar la destrucción de algunos materiales (por ejemplo, de composiciones), pero de ello hablaremos un poco más tarde.

La solución de la tarea sobre la tracción de la placa con un corte elíptico (fig. 13) fue obtenida por primera vez por G.V. Kólosov en 1909 en su tesis «Sobre una aplicación de la teoría de las funciones de una variable compleja al problema plano de la teoría matemática de la elasticidad». Las fórmulas que recibió Kólosov son muy complejas, por eso no las vamos a citar, señalemos solamente un resultado muy im-

portante para nosotros: las tensiones máximas se observan en los vértices A de la elipse, donde

$$\sigma_y = \sigma_0 \left(1 + 2\frac{a}{b}\right). \qquad (38)$$

Conforme a esta fórmula las tensiones en los vértices de una elipse estrecha (a/b es grande) pueden ser muy elevadas. Si introducimos en la fórmula la magnitud $\rho = b^2/a$ denominada radio de curvatura en el vértice del corte, obtenemos

$$\sigma_y = \sigma_0 \left(1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}}\right). \qquad (39)$$

Resultó que la expresión de la concentración de tensiones en esta fórmula es aplicable no sólo para los orificios elípticos, sino también para los orificios de cualquier forma, en cuyo contorno existen puntos con pequeño radio de curvatura (fig. 40). En cualquier caso la concentración de tensiones se determina por la profundidad del corte y el radio de curvatura en su vértice. Una concentración grande de tensiones puede observarse, de acuerdo a la fórmula (39) en el borde cortante de la escotilla en el costado de la embarcación y en el vértice de un rasguño en el vidrio de la ventana.

Claro que en un material real las tensiones pueden crecer hasta ciertos límites y la fórmula (39) no se puede aplicar sin hacer un análisis minucioso. En la zona de concentración de tensiones se aceleran los procesos irreversibles que pueden reducir esta

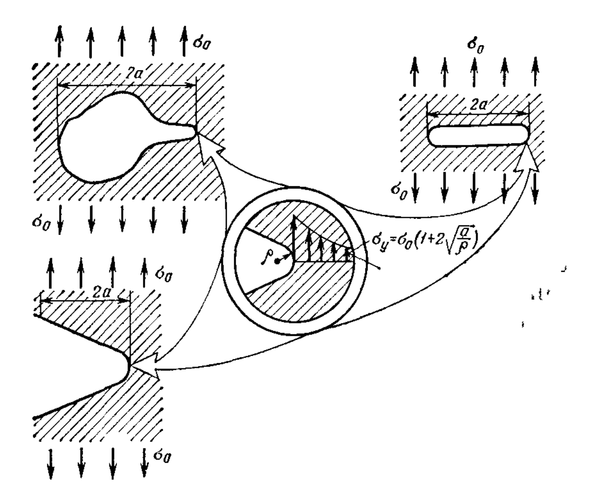
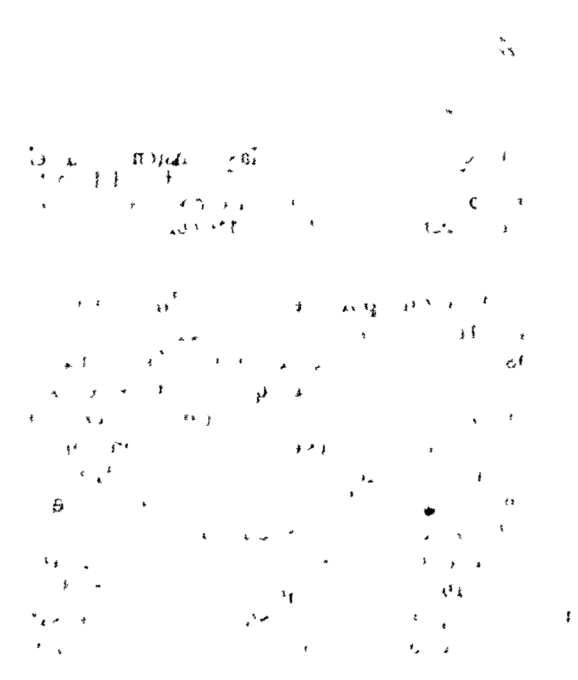


Fig. 40. Concentración de las tensiones en el corte se determina por la profundidad del corte y el radio de curvatura del contorno en su vértice, pero no depende de la forma del contorno.

concentración (por ejemplo, en los materiales plásticos). Con frecuencia en semejantes zonas transcurre una acumulación paulatina de los deterioros, lo que conduce a continuación a la aparición de la grieta. Queda clara una cosa, es necesario tomar en consideración minuciosamente la concentración de tensiones en los cálculos de la resistencia. También es indispensable un cálculo argumentado de las construcciones con refuerzos, introducidos para prevenir la destrucción, pues, ellos mismos pueden servir de concentradores de tensiones. También

queda clara otra cosa, como caso límite del concentrador de tensiones sirve una *grieta*, o sea, un corte de grosor «nulo». Aquí, por supuesto, el concepto de coeficiente de concentración de tensiones elásticas pierde el sentido físico y penetramos en la zona de la mecánica de grietas que es la parte integrante fundamental de la mecánica de la destrucción, el intento de exponerla al alcance de todos se emprende en el presente libro.



CAPÍTULO III

Fundamentos de la mecánica de la destrucción

§ 9. ¿Qué es la mecánica de la destrucción?

Volvamos al interrogante principal de nuestra narración. ¡Dilatación! ¿Cómo dominarla o facilitarla? ¿Con ayuda de qué hipótesis y leyes puede describirse adecuadamente este proceso? Resulta que existe una cantidad muy elevada de semejantes hipótesis y leyes, ya que el fenómeno de destrucción se estudia de diversas posiciones que reflejan unos u otros puntos de vista de los científicos con respecto al mencionado problema.

Se sabe que el fenómeno de destrucción es un proceso complejo multietápico que comienza mucho antes de aparecer las grietas visibles. Debido a la ausencia de la teoría única del proceso de destrucción (que, puede ser, es imposible crear en general), se estudian las regularidades de este fenómeno, comenzando del surgimiento de las microgrietas (lo que se determina mediante experimentos físicos muy precisos) y hasta la formación de las microgrietas visibles desde varios milímetros hasta kiló-

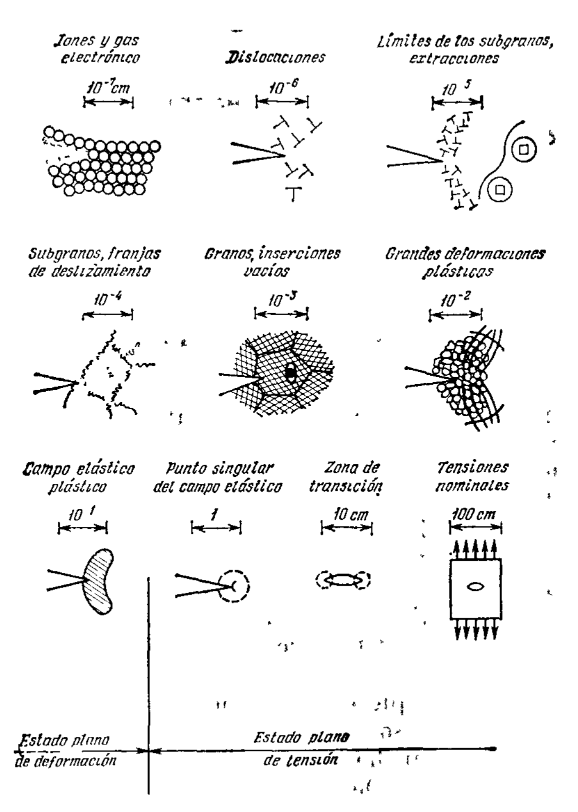


Fig. 41. Esquema del fenómeno de la destrucción desde el punto de vista de la escala gradual (el estado de tensión se estima con respecto a la pieza plana de 1 mm de grosor).

metros. En otras palabras, los científicos destacan unos niveles de escala y en los márgenes de cada zona de escala analizan ese

fenómeno conforme al modelo, construido por ellos, que refleja bien la estructura interna del material y toma en consideración las condiciones de frontera por parte de las zonas vecinas, tanto izquierdas como derechas de la escala. Las escalas lineales del fenómeno de destrucción las ilustra la fig. 41. En particular, el fenómeno de destrucción se estudia desde la posición de la ciencia de la mecánica. El centro de gravedad de sus intereses yace más al final de la escala mostrada aquí. La mecánica se caracteriza por la tendencia a describir las peculiaridades fundamentales de la destrucción en los márgenes de los modelos estrictamente enunciados y bastante generales, que se aplican a ciertas clases de materiales. El uso de las ideas principales, leyes y métodos de la mecánica (mejor dicho, de la mecánica del medio continuo), al investigar el proceso de destrucción, determinó el nombre de la asignatura «mecánica de la destrucción».

La intuición nos dice que el tipo de carga y su intensidad de las que ya se trató, así como la forma del cuerpo en primer lugar influyen sobre su resistencia mecánica y destrucción. Pues bien, precisamente la mecánica de la destrucción es la esfera de conocimientos sobre la influencia del cargamento, la geometría del cuerpo y las propiedades del material, del que consta el cuerpo, sobre su destrucción. Puede decirse que *la mecánica de la destrucción*, en amplio sentido de este concepto, incluye en sí la

parte de la ciencia sobre la resistencia mecánica de los materiales y construcciones, aquélla que está relacionada con el estudio de la capacidad portante del cuerpo, teniendo en cuenta o no la distribución inicial de las grietas, así como el estudio de diversas regularidades del desarrollo de las grietas. Este enfoque no tachó todos los logros anteriores de la ciencia sobre la resistencia mecánica (o bien tenacidad), de la que se trató en el capítulo I, solamente adquirió otra nueva dirección. Por ejemplo, supongamos que al resolver la cuestión sobre la capacidad portante del cuerpo con grietas, el investigador es incapaz de tomar en consideración el carácter posible del desarrollo de las grietas. Entonces recurre a la teoría clásica de la tenacidad. Como ya hemos dicho, el cálculo de la capacidad portante del cuerpo en este caso se reduce a la definición de la tensión y deformación, asimismo al control de si alcanza la combinación determinada esos parámetros de su valor crítico en algunos puntos del cuerpo.

Aparentemente la consideración del posible desarrollo de las grietas dificulta de modo increíble el cálculo de la capacidad portante. Ahora ya se necesitan saber las regularidades del desarrollo de las grietas y resolver una tarea compleja sobre su comportamiento, es decir, para diversas cargas ellas pueden crecer, pero también pueden permanecer en estado de equilibrio, sin desarrollarse. Sin embargo, la cosa no es tan complicada como parece a primera

vista. La solución de la tarea, teniendo en cuenta las grietas, ligada frecuentemente con grandes dificultades matemáticas, contiene mucha más información que requiere dicho problema. Para recibir la respuesta al interrogante principal ¿posee el cuerpo una capacidad portante para la carga en cuestión? no es obligatorio disponer de la solución del mismo problema sobre el equilibrio del cuerpo con grietas. Sólo es necesario aclarar si existe la solución de dicha tarea para la carga en cuestión o no. Pero eso conduce a verificar algunas condiciones relativamente sencillas, de lo que se hablará a continuación.

En la actualidad el significado de la investigación respecto a la mecánica de la destrucción rebasa considerablemente los márgenes de la cuestión sobre la capacidad portante. Como ya se ha señalado, la investigación del proceso de destrucción es de un interés singular. El control del proceso de destrucción y el conocimiento de sus regularidades tienen un valor enorme para la práctica (para las construcciones y edificaciones es indispensable retener el proceso de crecimiento de las grietas, mientras que durante el tratamiento por corte, al contrario, se necesita facilitar por todos los medios la destrucción). Por lo visto, no se necesita convencer a los dirigientes de la industria en lo imprescindible de incrementar las investigaciones respecto a la mecánica de la destrucción. Recuerden sobre las colosales pérdidas materiales ya mencionadas de-

bidas a la destrucción en EE.UU. que fueron de un orden del 4 por 100 del producto nacional bruto, comparable, por ejemplo, con los gastos en la sanidad pública. Pero es que una cuarta parte de estos medios pueden salvarse, introduciendo sucesivamente las tecnologías elaboradas ya conforme a las recomendaciones de los especialistas de la mecánica de la destrucción, y otra cuarta parte más merced a la creación de nuevos métodos científicos de la lucha contra la destrucción.

En la Unión Soviética el problema de controlar la destrucción no se plantea con menos agudeza que en otros estados industrializados importantes. Los científicos soviéticos hacen un gran aporte en el estudio de la mecánica mundial de la destrucción, se elaboraron los estándares estatales y ramales para calcular la resistencia mecánica, teniendo en cuenta la posible destrucción, el problema de introducir las tecnologías vanguardistas se resuelve en escala de todo el estado.

Ahora la mecánica de la destrucción es una de las ramas de la mecánica que se desarrolla muy impetuosamente. Las direcciones principales de su investigación son los problemas de la destrucción en las condiciones de las deformaciones plásticas considerables, la elaboración de los métodos de la mecánica de la destrucción para los materiales no metálicos (composiciones, cerámica, polímeros, hormigón, rocas mineras, etc.), el estudio de la propagación

de las grietas durante el cargamento dinámico y en presencia de los medios corrosivos, el pronóstico de los recursos y la fiabilidad de los elementos de la construcción, tomando en consideración el carácter aleatorio del surgimiento y desarrollo de los defectos del material.

§ 10. Modelo de un cuerpo con grietas

Lo común para los diversos modelos de desarrollo de las grietas en los sólidos es que en el momento inicial se considera prefijada cierta distribución de las grietas de longitud finita. Ello concuerda bien con los datos experimentales. Cualquier material, sea cual sea tratamiento tecnológico previo a que se someta, posee siempre ciertas imperfecciones*). ¿Pero qué es lo que sirvió de base para simular el fenómeno de destrucción? Pues, la grieta. Su desarrollo no va acompañado frecuentemente de grandes deformaciones y es la forma principal de la manifestación de la destrucción.

Hasta los años cuarenta de nuestro siglo el fomento de las ideas en dicha dirección fue insignificante. El proceso del desarrollo

*) De aquí al deducir los diferentes criterios de la resistencia, teniendo en cuenta el proceso de destrucción, pueden obtenerse relaciones que coinciden según la forma con los criterios generale- de la resistencia mecánica, sólo que las constans tes que participan se hacen dependientes de la disposición, configuración y de las dimensiones de las grietas iniciales.

de las grietas permaneció a un lado merced a la opinión muy difundida de que la destrucción ocurre casi instantáneamente. En otras palabras, las destrucciones instantáneas determinadas por las fisuras se interpretaban como «la destrucción sin aviso». Se consideraba que la grieta aparece en los últimos minutos de la «vida» de la construcción o edificación, finalizando el proceso de destrucción. Un poco más tarde aprendieron a revelar las grietas en las etapas iniciales de la destrucción, pero como antes aún no estaba claro de qué manera luchar contra ellas. En esta situación, al proyectar y fabricar las construcciones reales, hacían todo lo posible por huir de la solución del problema del surgimiento y desarrollo de la grieta. Incluso en los casos cuando era absolutamente imprescindible evitar el crecimiento de las grietas, los esfuerzos fundamentales se orientaban a no admitir totalmente las grietas como «intrusos». Por desgracia, esa época fue duradera, en la que no se hablaba a plena voz de la grieta. Pero he aquí nuevo período y después de los años cuarenta en las siguientes décadas ese punto de vista fue revisado. Se estableció que el desarrollo de la grieta ocupa un período considerable, precedente a la destrucción, con la particularidad de que eso se refiere no sólo a la destrucción plástica, sino también a la ruptura de fatiga e incluso a la frágil (destrucción sin deformaciones residuales cuando de los fragmentos puede formarse el cuerpo inicial). El desarrollo de

la grieta es un proceso muy complejo (así, por ejemplo, la velocidad del desarrollo de la grieta en el vidrio de silicato, al comienzo del proceso, es 10 . . . 100 millones de veces inferior a la de la fase final).

Pero al mismo tiempo los hechos experimentales decían que al cambiar las cargas exteriores en un intervalo considerable de la grieta, éstas si se desarrollan, lo hacen de modo estable (de lo que se habrá de tratar en adelante), sin conducir a la destrucción de la construcción proyectada con consideración de las grietas iniciales que existen. De aquí se desprendía que la característica de la resistencia mecánica en ciertos límites no depende de las longitudes iniciales de las grietas, sino que puede determinarse por algunos parámetros estructurales, tales como, verbigracia, el tamaño del grano. Aquí se trata no sólo de las exigencias modernas en conservar la resistencia mecánica (en sentido de la estabilidad e integridad de la construcción), sino del objetivo final (hasta el que se está aún muy, muy lejos), es decir, de la prevención de la destrucción como consecuencia de la grieta.

Pero ¿qué es el modelo matemático de la grieta? Examinando una fisura real (fig. 42) en un sólido deformable, siempre se puede separar en su frontera la línea *1*, o sea, *el frente de la grieta* en el que se unen las superficies de la cavidad *2*, *las orillas de la grieta*. Es obvio que en las inmediaciones del frente se observará la concentración máxima de tensiones y aquí, precisamente,

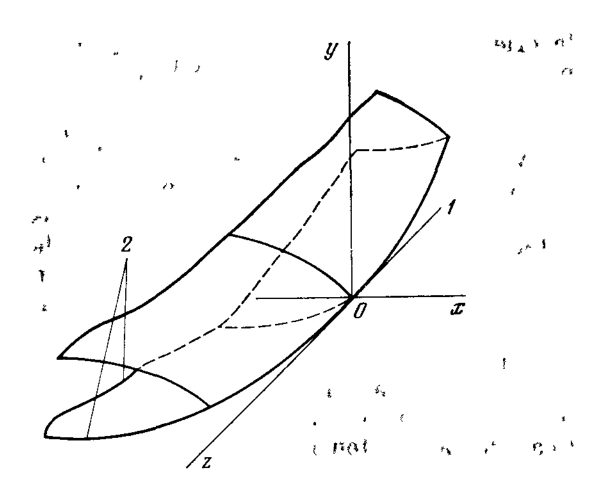


Fig. 42. Frente de una fisura real en un sólido deformable.

ocurrirá la destrucción local del material.

Desde el punto de vista del planteamiento y solución del problema de la teoría de la elasticidad, las orillas de la grieta desempeñan el papel de una frontera complementaria del cuerpo, con la particularidad de que a causa de la distancia pequeña entre las orillas, la grieta real puede considerarse como un corte matemático, es decir, una cavidad de volumen nulo limitada por dos superficies que coinciden desde el punto de vista geométrico, o sea, por las orillas del corte. El paso de la cavidad al corte matemático puede realizarse, por ejemplo, de la siguiente manera. Analicemos un cuerpo

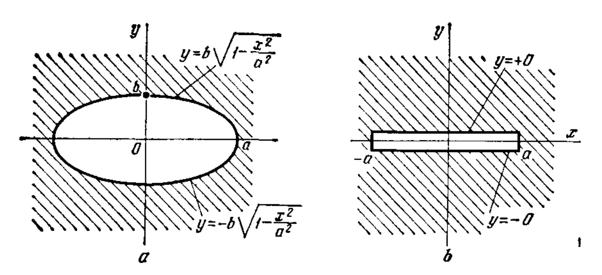


Fig. 43. Paso de un plano elíptico al corte matemático.

limitado con una cavidad en forma de un cilindro elíptico, cuya generatriz es paralela al eje z (perpendicular a la figura) (fig. 43, *a*). Si se realiza un paso límite para $b \to 0$, el cilindro elíptico se convierte en un corte rectangular de túnel en la segmento $[-a, a]$ del eje x. Entonces, la semielipse superior $y = b\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$ se traslada a la orilla superior del corte $|x| \leqslant a$, $y = +0$, mientras que la semielipse inferior $y = -b\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$, a la orilla inferior del corte $|x| \leqslant a$, $y = -0$ (fig. 43, *b*).

Señalemos que el corte rectangular de túnel en un cuerpo ilimitado o el corte rectangular transparente en una placa fina es la imagen principal idealizada de la grieta real, ya que en el entorno pequeño arbitrario del punto O del frente (fig. 42) la grieta puede considerarse como una fisura plana con el frente rectangular. Por lo

tanto, el estudio del estado de deformación tensa en el entorno de cualquier punto del frente de la grieta puede realizarse en los márgenes de las tareas plana o antiplana de la teoría de la elasticidad.

El paso límite al corte matemático surge naturalmente al analizar la tarea desde el punto de vista de la escala graduada (recuerde la fig. 41). Si, verbigracia, vamos a resolver el problema sobre la destrucción influenciada por la presión interna p de un recipiente cilíndrico con paredes delgadas con un defecto axial en forma de grieta en la superficie (es el defecto más peligroso para el recipiente con presión), el esquema racional de la solución propone utilizar «el principio del microscopio». Supongamos que entre el radio del cilindro R, el grosor de su pared h y cierto parámetro ρ con sentido del radio de la curvatura en el vértice del defecto o de la dimensión de la zona en la que se manifiestan considerablemente los efectos de no linealidad, plasticidad, etc., tiene lugar la siguiente relación: $R \gg h \gg \rho$ (el símbolo $\gg$ significa mucho más). Entonces, «variando el grado de aumento» del microscopio imaginado, dividimos el problema en unos cuantos problemas simples que se diferencian en escala (fig. 44). Partiendo del cálculo elemental de un recipiente sin defectos (el defecto no se nota sin el «microscopio») obtenemos que las tensiones de circunvalación en la pared son, según el grosor, casi constantes e iguales a $\sigma = p\frac{R}{h}$ (escala

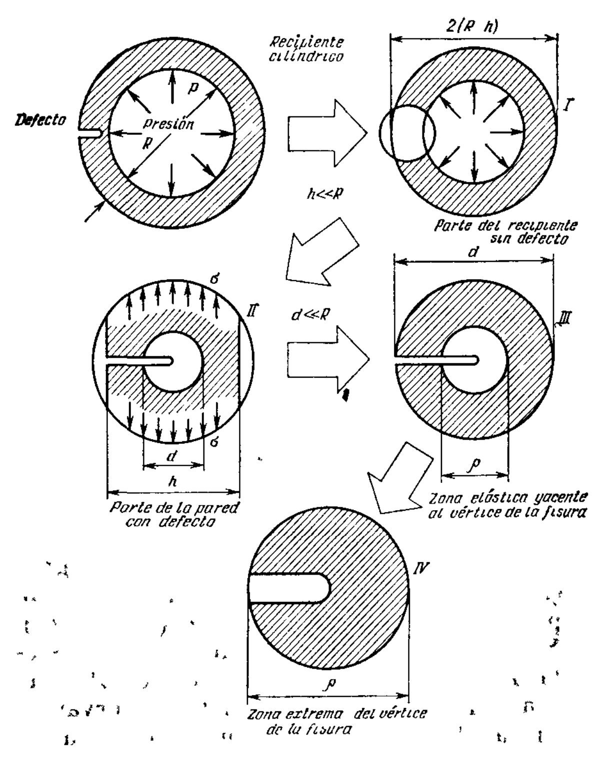


Fig. 44. Principio de microscopio.

I). Al aumentar en cierto grado, la sección de la pared, en la que se halla el defecto, comienza a parecer una franja elástica con corte lateral que se dilata mediante la tensión σ en el «infinito» (escala *II*). Enfoquemos nuestro «microscopio» al vértice

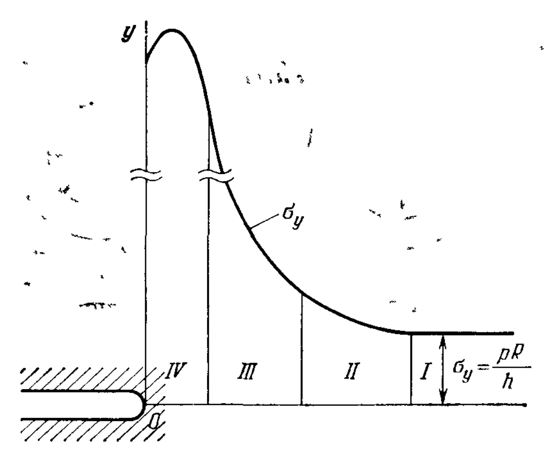


Fig. 45. Distribución de las tensiones delante del vértice del defecto.

del corte donde deben transcurrir los procesos de destrucción y, aumentando en gran cantidad, vemos un corte semiinfinito en un plano lineal elástico ilimitado (escala *III*). Y, por fin, otro aumento, aún mayor, (escala *IV*) permite examinar con detalles la zona en el vértice de la grieta de curvatura finita, donde el comportamiento del material se desvía esencialmente de la ley de Hooke. Al resolver cada una de las tareas señaladas, como ya se ha dicho, debemos tener en cuenta las exigencias de la transición continua de una solución a otra. La fig. 45 muestra de manera esquemática la gráfica de las tensiones normales σ_y a lo largo de la línea del defecto, ella está «pegada»

de partes construidas por las soluciones correspondientes. Desde el punto de vista matemático las condiciones del encolado significan que el comportamiento de una solución a lo lejos del origen de coordenadas debe coincidir con el comportamiento de la solución para un aumento inferior cerca del origen de coordenadas. Del análisis realizado se desprende una conclusión importante. Para resolver la tarea sobre el desarrollo de la grieta no es indispensable interesarse por los procesos detallados y no estudiados por completo que ocurren en un entorno bastante pequeño del extremo de la grieta (y resolver una tarea muy complicada e indeterminada para la zona *IV*). Es suficiente saber el carácter y la intensidad del estado de tensión en la pequeña zona *III* que rodea el vértice del corte.

Así, pues, para la mecánica de la destrucción es excesivamente necesario disponer de una solución llamada asintótica del problema de la teoría lineal de la elasticidad para un corte semilimitado, de lo que se tratará en el siguiente párrafo.

§ 11. Campos de tensiones y desplazamientos en las cercanías del extremo de la grieta en un cuerpo elástico

Como ya hemos dicho, la solución del presente problema para un entorno pequeño de cualquier punto de un frente liso (fig. 42) puede considerarse independiente de la

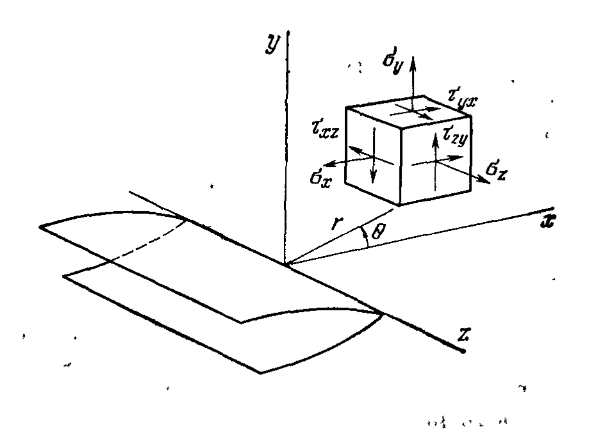


Fig. 46. Sistema de coordenadas **y componentes** de las tensiones en el extremo **de la grieta.**

coordenada z que se cuenta a lo largo del frente de la grieta (fig. 46). El caso más general de los campos de deformaciones y tensiones en el extremo de la fisura puede obtenerse, superponiendo mutuamente las tensiones de los siguientes *tipos* particulares de las deformaciones plana y antiplana (fig. 47). El tipo *I* está ligado con el desplazamiento desprendido, para el cual las superficies de la grieta se alejan la una de la otra en direcciones mutuamente opuestas (así ocurre al introducir una cuña). El tipo *II* corresponde a los desplazamientos, durante los cuales las superficies de las grietas se deslizan una por otra (como, por ejemplo, quita la viruta la cuchilla de un torno).

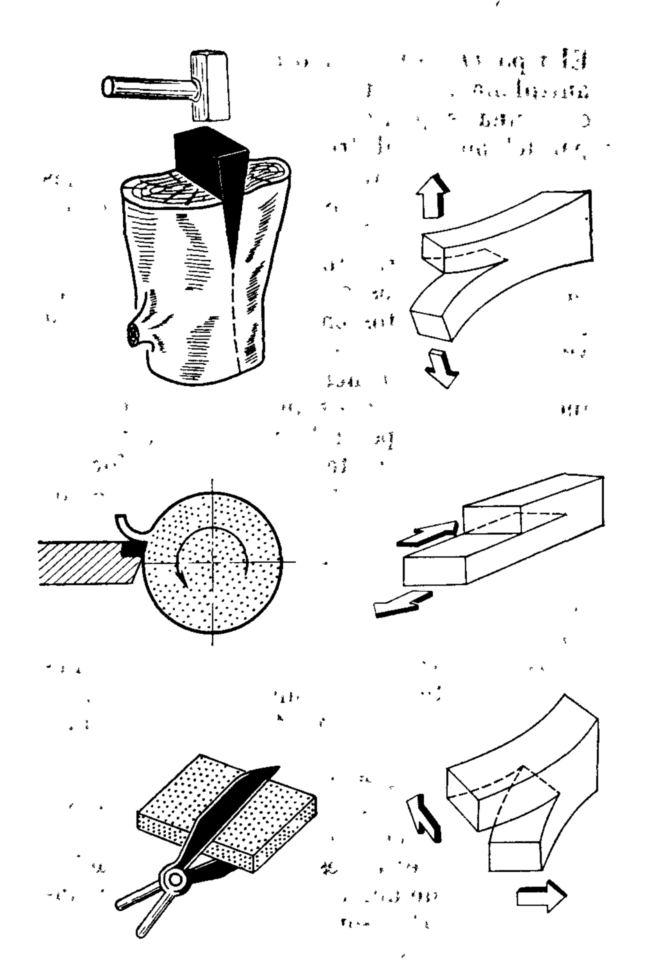


Fig. 47. Tipos principales de desplazamientos en la superficie de la grieta.

El tipo *III* está ligado con la deformación antiplana (el corte con las tijeras), con la cual una superficie se desliza por la otra paralelamente al frente de la grieta. Las soluciones de estas tareas, muy complejas desde el punto de vista matemático, fueron obtenidas en los años cincuenta. Resultó que para cualesquiera problemas de la teoría de la elasticidad los campos de las tensiones y desplazamientos en las proximidades del vértice de la grieta tienen casi la misma estructura. Los primeros en comprender eso fueron los científicos ingleses G. Irwin y M. Williams, a pesar de que la demostración estricta del carácter común de las fórmulas fue hecha más tarde. Ahora citaremos todas las fórmulas que describen la distribución de las tensiones y desplazamientos, con la particularidad de que los puntos suspensivos en ellas se ponen en lugar de los sumandos que son menospreciablemente inferiores a los escritos. Ofrecemos estas expresiones bastante voluminosas sin proponernos provocar otra vez más un estremecimiento ante la mecánica de la destrucción. Nuestra tarea es atraer la atención sobre algunas de sus propiedades generales y tratar de hacer para sí unas deducciones instructivas. Todas las fórmulas están escritas a continuación para el caso de una deformación plana cuando $w = 0$, ellas son válidas también para el estado plano de tensión si ponemos en ellas $\sigma_z = 0$ y sustituimos el coeficiente de Poisson ν por $\nu/(1 - \nu)$. Para la grieta tipo *I* (*grietas de desprendimiento o de corte*

normal)

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2}\left(1 - \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\operatorname{sen}\frac{3\theta}{2}\right) + \ldots,$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\left(1 + \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\operatorname{sen}\frac{3\theta}{2}\right) + \ldots, \quad (40)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2} + \ldots,$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0, \quad \sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y).$$

$$u = \frac{K_I}{\mu}\sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\frac{\theta}{2}\left(1 - 2\nu + \operatorname{sen}^2\frac{\theta}{2}\right) + \ldots, \quad (41)$$

$$v = \frac{K_I}{\mu}\sqrt{\frac{r}{2\pi}} \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\left(1 - 2\nu + \operatorname{sen}^2\frac{\theta}{2}\right) + \ldots$$

Para la grieta de tipo *II* (*grieta de cizallamiento transversal*)

$$\sigma_x = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\left(2 + \cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}\right) + \ldots,$$

$$\sigma_y = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2}\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2} + \ldots, \quad (42)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2}\left(1 - \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\operatorname{sen}\frac{3\theta}{2}\right) + \ldots,$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0, \quad \sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y).$$

$$u = \frac{K_{II}}{\mu}\sqrt{\frac{r}{2\pi}} \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\left(2 - 2\nu + \cos^2\frac{\theta}{2}\right) + \ldots, \quad (43)$$

$$v = \frac{K_{II}}{\mu}\sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\frac{\theta}{2}\left(2\nu - 1 + \operatorname{sen}^2\frac{\theta}{2}\right) + \ldots$$

Para la grieta del tipo *III* (*grieta del cizallamiento longitudinal* o *antiplano*)

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = 0, \quad (44)$$

$$\tau_{xz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} + \ldots,$$

$$\tau_{yz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} + \ldots,$$

$$u = v = 0, \quad w = \frac{K_{III}}{\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} + \ldots \quad (45)$$

Las relaciones citadas contienen las magnitudes K_I, K_{II} y K_{III} llamadas *coeficientes de la intensidad de las tensiones* para los tres tipos de deformaciones indicados más arriba. Dichos coeficientes desempeñan un papel muy importante en la mecánica de la destrucción frágil. Los coeficientes de la intensidad de las tensiones requieren una discusión especial y más seria. Aquí mientras tanto señalemos lo siguiente: todas las fórmulas para las tensiones y desplazamientos tienen una estructura semejante:

$$\sigma = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f(\theta) + \ldots \text{ y } u = \frac{K}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g(\theta) + \ldots$$

En las cercanías del vértice de la grieta de cada tipo los campos de las tensiones y desplazamientos pueden diferenciarse sólo por el factor constante K que depende de las cargas exteriores y dimensiones geométricas del cuerpo. Mientras que la distribución de

las tensiones y desplazamientos por las coordenadas radial y angular es siempre la misma.

Surge sin querer una pregunta ¿de qué manera puede percibirse el hecho de que, conforme a las fórmulas citadas, en el vértice de la grieta surgen tensiones sumamente grandes y el perfil de la grieta se convierte de agudo en parabólico? En su tiempo esta circunstancia provocó discusiones muy fuertes. Algunos mecánicos afirmaban que en el vértice de la grieta no puede haber tensiones infinitas, pues, no hay ningún material que soporte esas tensiones. Por lo tanto, semejante modelo es imperfecto y es necesario mejorarlo, por ejemplo, introduciendo en la proximidad del vértice unas fuerzas singulares de naturaleza microscópica que liquidan las tensiones infinitas. Pero, en realidad, el hecho de que en el vértice de la grieta las tensiones se hacen infinitas no puede considerarse contradictorio con respecto a los datos experimentales. ¡Al contrario! Semejante circunstancia refleja bien la realidad, claro que en los márgenes de una teoría extremadamente simplificada, tal como es la teoría lineal de la elasticidad y la hipótesis sobre la pequeñez de las deformaciones. Haciendo uso de las fórmulas asintóticas, debemos excluir del examen las zonas extremales de tal dimensión que fuera de dichas zonas las deformaciones sean pequeñas y se cumpla la ley de Hooke. En muchos de los casos el experimento y los cálculos confirman la pequeñez de las dimen-

siones de semejante zona, por ejemplo, para el acero sus dimensiones se estiman en medio milímetro y para las grietas de centímetros queda justificado el cálculo por la teoría lineal.

§ 12. Ideas de Griffith

El desarrollo de la mecánica de destrucción está ligado con la necesidad natural de conocer el carácter y las posibilidades de la destrucción en su principio. Pero eso se logra únicamente cuando el investigador no sólo sabe la distribución de las tensiones internas, sino también sabe determinar el valor tolerable de la tensión (llamada crítica) para la cual comienza la destrucción, así como la longitud (y puede que la trayectoria) de la grieta correspondiente a las cargas exteriores aplicadas. Por desgracia, estos datos no están presentes en las ecuaciones de la teoría clásica de la elasticidad; ellos responden solamente a la pregunta sobre la distribución de las tensiones y deformaciones que surgen. La intuición nos indica que, por lo visto, existe cierta dependencia entre la carga y longitud de la grieta. Para establecer dicha dependencia es necesario hacer uso de algunos razonamientos complementarios. Una de esas consideraciones sencillas e indudables supone que la destrucción requiere unos gastos determinados y está relacionada con el uso del principio de conservación de la energía.

El primero en emplear prácticamente estas ideas fue un joven científico inglés A.A. Griffith (1893—1963), colaborador del Centro de Aviación en Farnboro. Sus trabajos tuvieron un significado vanguardista para todo el posterior desarrollo de la mecánica de la destrucción, sobre todo el artículo «Fenómeno de la destrucción y fluidez del sólido» que publicó el 26 de febrero de 1920. A. A. Griffith escribía que se podía hacer una conclusión general de que la resistencia mecánica insuficiente de los sólidos isótropos con que se trata habitualmente está originada por la existencia de las infracciones de la continuidad o de los defectos, cuyas dimensiones principales son grandes en comparación con la distancia intermolecular. La resistencia mecánica eficaz de los materiales técnicos puede elevarse por lo menos 10...20 veces si se logra eliminar semejantes defectos. Pero como Griffith tenía sólo 27 años y no gozaba de popularidad, su artículo pasó casi desapercibido. Además, el enfoque del científico con respecto al problema de destrucción era totalmente no tradicional y, a pesar de que hayan pasado casi 70 años y los conceptos de la mecánica de la destrucción se hayan realizado en los impresionantes alcances de la técnica moderna, incluso hoy día muchos ni se imaginan cuál es la esencia del enfoque energético de Griffith.

Según el científico inglés, el papel de la energía en el proceso de destrucción frágil consiste en lo siguiente. Es insuficiente una

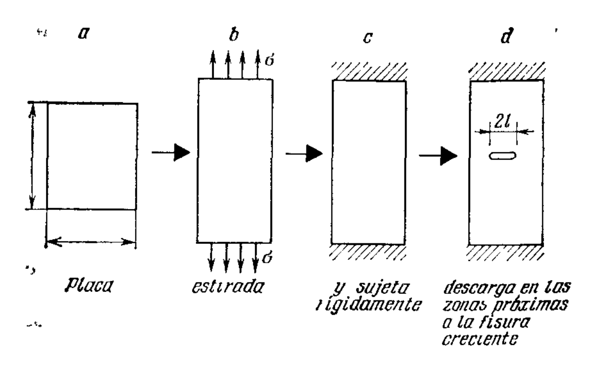


Fig. 48. Incremento de la grieta en una placa primero estirada y luego fijada estrictamente mediante los bordes.

concentración de tensiones en el vértice de la grieta, para que ésta rompa el cuerpo. Si no se asegura un suministro suficiente de energía al vértice, la destrucción se para. Así mismo se para un automóvil con el motor en buen estado si en el depósito de gasolina se termina el combustible. Para comprender la cuestión sobre el balance energético examinemos un problema sencillísimo.

Tomemos una placa rectangular, estirémosla con una tensión σ y fijémos rígidamente sus extremos (fig. 48). Consideramos que la longitud y anchura de la placa son grandes en comparación con el grosor que para comodidad se toma igual a la unidad: $a \gg 1$, $b \gg 1$. En la placa fijada se acumula una energía de deformación elástica $W_0 = \frac{\sigma^2}{2E} ab$, con la particularidad de que

la unidad de área posee una energía $\sigma^2/2E$. Supongamos que en la placa aparece un defecto en forma de fisura de pequeña longitud l ($a \gg l$, $b \gg l$), semejante grieta conduce a la disminución de las deformaciones principalmente en la zona adyacente a la fisura. El área de la zona señalada tiene el orden de l^2*) (en la fig. 43 está sombreada), lo que significa que la energía elástica libre es igual a

$$W = W_0 - c\frac{\sigma^2}{2E}l^2.$$

El factor c se introduce para tomar en consideración las indeterminaciones de la forma y dimensiones de la zona sombreada y la irregularidad de las deformaciones en ella. A.A. Griffith determinó la constante, haciendo uso de la solución de C. Inglis sobre la tracción de la placa con un corte elíptico fino. Resultó que $c = 2\pi$, es decir,

$$W = W_0 - \frac{\pi\sigma^2 l^2}{E} \qquad (46)$$

para un estado plano de tensión (para la deformación plana el último sumando hay que multiplicarlo por $1 - \nu^2$). La energía elástica liberada W ingresa al vértice de la grieta, donde surge la concentración de las tensiones y allí se gasta en la destrucción, mejor dicho, en la formación de una nueva superficie del cuerpo. Si se considera γ,

---

*) Recuerden los razonamientos en la llamada de la pág. 50.

el trabajo específico de destrucción por unidad de área de la nueva superficie del cuerpo, como constante del material, el trabajo que se gasta en formar una grieta de longitud $2l$, es igual a

$$\Gamma = 4\gamma l. \quad (47)$$

El mismo Griffith identificaba la magnitud γ con la energía superficial del cuerpo, pero esta hipótesis se confirma experimentalmente sólo para materiales muy frágiles, como es el vidrio. Por cierto, durante mucho tiempo se consideraba que la teoría del científico inglés servía sólo para el vidrio. En el siguiente párrafo narraremos cómo se logró extender la teoría de Griffith a otros materiales, mientras tanto ahora intentaremos componer el balance de la energía. Los bordes fijos de la placa son inmóviles y las fuerzas exteriores no realizan ningún trabajo. Si nos imaginamos que la longitud de la grieta aumenta en una magnitud pequeña Δl, se libera una energía de deformación $-\Delta W > 0$:

$$-\Delta W = -[W(l+\Delta l) - W(l)] \approx$$

$$\approx \frac{2\pi\sigma^2 l \Delta l}{E}. \quad (48)$$

En aumentar la longitud de la fisura debe gastarse una energía $\Delta\Gamma$:

$$\Delta\Gamma = 4\gamma(l + \Delta l) - 4\gamma l = 4\gamma\Delta l. \quad (49)$$

Son posibles dos situaciones. Si resulta que $-\Delta W > \Delta\Gamma$, la energía liberada es suficiente con exceso para romper el material

en el vértice y la grieta se difundirá independientemente. La energía, igual a la diferencia $-\Delta W - \Delta\Gamma > 0$, se convertirá en energía cinética, su cantidad será cada vez mayor (en este caso $-\Delta W$ crece proporcionalmente a la longitud) y la placa se romperá, por lo visto, con mucho ruido. En el caso contrario, cuando $-\Delta W < \Delta\Gamma$, la energía liberada no será suficiente para aumentar la longitud de la grieta y ésta permanecerá inmóvil. Así, pues, de condición para comenzar el estado crítico sirve la igualdad

$$-\Delta W = \Delta\Gamma. \tag{50}$$

Con ayuda de (48) y (49) la condición de Griffith para la placa en cuestión se escribe así:

$$\frac{2\pi\sigma^2 l}{E}\Delta l = 4\gamma\Delta l \text{ o bien } \sigma = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi l}}. \tag{51}$$

Partiendo de (51) puede hallarse *la tensión crítica*, para la cual la grieta de longitud $2l$ se hace peligrosa. La fórmula (51) puede escribirse de nuevo de forma

$$l = \frac{2E\gamma}{\pi\sigma^2} \tag{52}$$

y determinar de ella *la longitud crítica de la grieta* l_c, que restringe por arriba las dimensiones de los defectos que no ofrecen peligro. Las relaciones obtenidas pertenecen al estado plano de tensión, mientras que para el caso de deformación plana ellas se

escriben así:

$$\sigma=\sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi(2-\nu^2)l}}\quad \text{y}\quad l=\frac{2E\gamma}{\pi(1-\nu^2)\sigma^2}. \qquad (53)$$

Las dependencias (51)—(53) de las cargas y dimensiones críticas del defecto son de por sí el resultado teórico fundamental de A. A. Griffith. En cambio, resulta muy complicado e incómodo, respecto al cómputo, ejecutar los cálculos de la resistencia de los cuerpos con fisuras según A. A. Griffith, partiendo del cálculo de la energía de deformaciones para todo el cuerpo. He aquí por qué semejantes cálculos casi nadie logró ejecutar hasta el final, hasta que G. R. Irwin no creó en 1957 un enfoque de fuerza en la mecánica de la destrucción frágil.

§ 13. Desarrollo estable e inestable de la grieta

¿Qué es lo que muestra la dependencia (51)? Representémosla primero de modo gráfico (fig. 49) y usemos la gráfica de la siguiente manera. Sea conocida la longitud inicial de la grieta que existe en el cuerpo. Tracemos esta magnitud a lo largo del eje horizontal y, levantando una perpendicular en el extremo del segmento hasta intersecarse con la gráfica, hàllemos la correspondiente tensión, crítica para la longitud dada de la fisura. Si la tensión, aplicada al cuerpo, es inferior al valor crítico, la grieta no se desarrollará. Pero si, aumentando la tensión, alcanzamos su valor crítico, la grieta

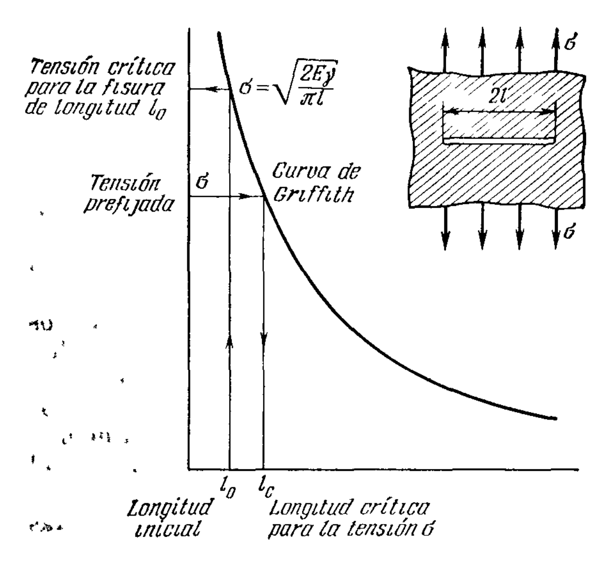


Fig. 49. Dependencia entre las cargas críticas y las dimensiones de la grieta de Griffith.

comienza a desarrollarse, además de modo inestable, y el cuerpo se destruye.

El concepto de tensión crítica introducido por A. A. Griffith es muy valioso, pues, enlaza con el principio del desarrollo de la grieta y sirve de la característica más importante de la resistencia del material, al crecimiento de la grieta. Sin embargo, es obvio que una característica es insuficiente para comprender el proceso de destrucción que comenzó. ¿Cómo transcurre este proceso? ¿De qué manera ocurre la destruc-

ción? ¿Se destruye siempre el cuerpo en partes o la grieta puede pararse «sin cortar» el cuerpo hasta el final? ¿Qué es lo que sucede después de que la fisura emprendió su camino?

A primera vista parece que si ya la grieta empezó a desarrollarse, el cuerpo infaliblemente se destruye. En cambio, eso es válido solamente durante la propagación inestable en avalancha de la grieta *). Como muestran los experimentos y cálculos realizados por el autor del presente libro hace más de 25 años en el caso de actuar recíprocamente la grieta con los obstáculos y las fronteras su desarrollo puede suceder de modo estable, sin destruir definitivamente el cuerpo en un intervalo considerable de la variación de la carga. Es obvio que en las construcciones y obras que funcionan a cargas exteriores determinadas y regímenes definidos de su variación la existencia de grietas estables no es peligrosa. El plazo de servicio de semejantes edificaciones puede prolongarse bastante, reforzándolas artificialmente con remaches y placas, taladran-

---

*) ¿Cómo puede influir, por ejemplo un rasguño (fisura) sobre la resistencia de un vidrio frágil? En la película italiana «Operación «Santo Jano» los héroes no pueden conseguir el tesoro cerrado con vidrio que no logran romper ni con un mazo de hierro, ni con disparos. Renunciando a su proyecto irrealizable y abandonando la gruta, alguien en desesperación tira su pistola descargada y rompe el cristal. Por lo visto, a ese que tiró el arma le ayudó la grieta y su extensión era evidentemente inestable.

do agujeros en los lugares de extensión de las grietas, etc.

Vamos a detenernos en un ejemplo más detalladamente. Para prevenir el desarrollo catastrófico de las fisuras ya existentes y la destrucción de la construcción ésta se fija frecuentemente con nervadura de refuerzo (véase la fig. 50, *a*). El esquema matemático más sencillo de esta tarea consiste en lo siguiente. En virtud de la simetría, se toman en consideración sólo los remaches más próximos a la línea de la grieta, ya que la influencia de los más alejados es insignificante. Un par de remaches que obstaculizan el desarrollo de la grieta, se simulan mediante dos fuerzas concentradas comprimibles iguales, pero con orientación contraria (fig. 50, *b*). La primera pregunta que surge aquí es: ¿cuál debe ser la razón de la distancia entre los remaches con respecto a la distancia entre las nervaduras? Resulta (fig. 51) que si esta razón supera 0,45, la curva de la dependencia de la tensión crítica con relación a la longitud de la grieta es monótonamente decreciente y la destrucción ocurre de la misma manera que en la tarea de Griffith. Al aumentar la carga extendida, la longitud de la grieta no cambia, mientras que la carga creciente permanece siendo inferior al valor crítico correspondiente a la longitud elegida de la fisura. Cuando la carga alcanza el valor crítico, la grieta comienza a crecer inestablemente y el cuerpo se destruye (la primera figura). En cambio, si los remaches se

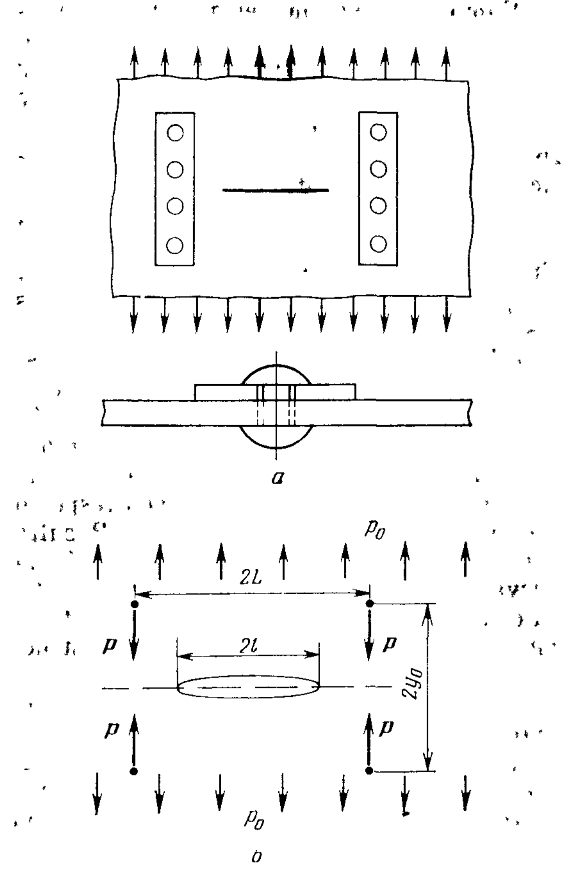


Fig. 50. Panel con remachadas nervaduras de refuerzo (*a*) y esquematización del problema sobre la grieta en una hoja con nervaduras de refuerzo.

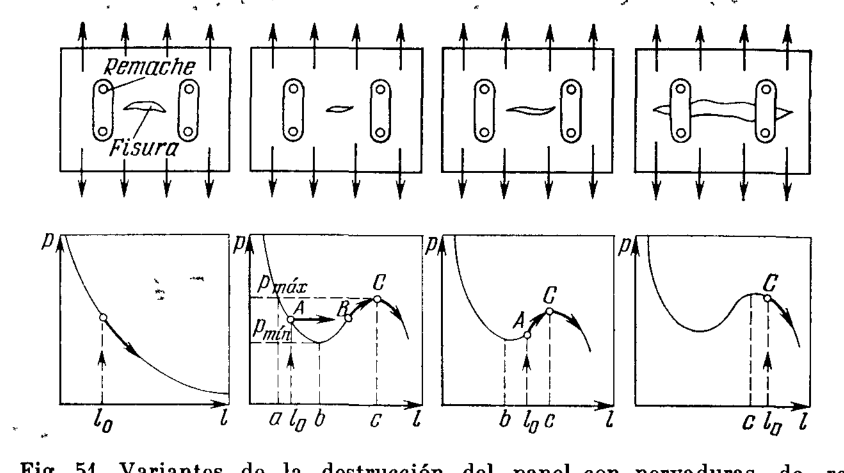


Fig. 51. Variantes de la destrucción del panel con nervaduras de refuerzo.

encuentran bastante cerca el uno del otro por la perpendicular, en la curva aparece una sección de incremento (figuras desde la segunda hasta la cuarta).

Señalemos en la curva el punto del máximo local (C), cuya abscisa es (c), del mínimo local (b) y el punto, donde la altura de la curva es igual a la altura del punto del máximo (a). Examinemos la variante cuando el valor de la longitud inicial yace entre a y b (la segunda figura). En este caso el tamaño de la grieta no cambia hasta que la carga no alcance el valor crítico (A). Entonces, al más insignificante aumento de la carga la grieta crece a salto, pasando a otro estado estable correspondiente al mismo valor de la carga (AB), después de lo cual se desarrolla de modo estable con el incremento del cargamento (BC) hasta el valor máximo (C). A continuación, la grieta empieza a crecer catastróficamente y el cuerpo se rompe. Analicemos la siguiente variante, o sea, el valor de la longitud inicial de la grieta se encuentra entre b y c (la tercera figura). El tamaño de la fisura no varía hasta que la carga no alcance el valor crítico (C); prosiguiendo la grieta se desarrolla de modo estable y todo sucede de la misma manera que en el caso anterior. Y la última variante, o sea, la longitud inicial de la grieta supera la distancia entre las nervaduras y en la gráfica se muestra mediante un punto yacente más a la derecha que c. Cuando la carga alcanza el valor crítico (C), el cuerpo se destruye, lo mismo

que en el primer caso (la última figura).

Prestemos atención a los casos segundo y tercero. Aquí, mientras la carga yace en el intervalo entre las alturas de los puntos del mínimo local y máximo local de la curva, la longitud de la grieta es una función continua de la carga aplicada. El cuerpo no se destruye y es capaz de percibir la carga creciente, a pesar del incremento de la fisura. El valor límite de la carga que determina la resistencia de la construcción que estudiamos, es el mismo para todos los valores de la longitud inicial de la grieta en el intervalo *ac*. Este ejemplo es significativo en sentido que la mecánica de la destrucción indica una característica universal de la resistencia que no depende de la longitud inicial de la grieta. Semejante característica debe introducirse en los cálculos de la resistencia mecánica.

Los buques modernos se proyectan, teniendo presente el funcionamiento seguro, para la presencia de grietas con longitud de un metro, incluso para los aviones las fisuras con una longitud de varios centímetros son precríticas. El no detectarlas durante el examen significa un abandono por parte del personal de servicio. Así que las noticias «sensacionales» de los periódicos, por la radio y televisión sobre la detección de grietas (probablemente, precríticas), por ejemplo, en los fuselajes de los aviones pueden impresionar a personas que no conocen la mecánica de destrucción.

§ 14. Criterios de la destrucción. Concepto de Griffith—Orowan—Irwin

El proceso de destrucción se compone de dos etapas, es decir, el surgimiento de la grieta y su extensión, con la particularidad de que cada una de estas etapas se somete a sus leyes. Es natural que entre los criterios de la resistencia hay los que describen tanto las condiciones de surgimiento de las fisuras, como las condiciones de su extensión. Los primeros de ellos son realmente las condiciones del comienzo del estado peligroso en el punto en el momento en cuestión, verbigracia, las teorías clásicas de la resistencia. Los segundos parten de la existencia de una grieta en el cuerpo, o sea, se utiliza el modelo con una grieta, de lo que se trató en el § 10. El criterio del comienzo de la extensión de la fisura (denominado a veces criterio de destrucción) que forma la base de la mecánica de destrucción, es una condición complementaria *) de frontera, al resolver la cuestión sobre el equilibrio límite del cuerpo con grieta. El estado límite de equilibrio se considera alcanzado si el corte en forma de grieta obtiene la posibilidad de extenderse, entonces el corte se convierte en fisura. Los criterios del comienzo de dilatación de la grieta pueden obtenerse basándose, tanto en razones energéticas (véa-

*) Con relación a las ecuaciones de la teoría de la elasticidad que describen el estado de deformación tensa del cuerpo a radiar.

se el § 12) como en las de fuerza. Como ya hemos dicho, sucedió desde el punto de vista histórico, que primero A. A. Griffith en 1920 predeterminó el criterio energético de la destrucción, mientras que el criterio de fuerza fue enunciado sólo en 1957 por G. R. Irwin que además demostró su equivalencia.

La esencia de esos enfoques, que generalizan las ideas de A. A. Griffith, consiste en lo siguiente. Supongamos que existe un cuerpo idealmente elástico con corte inicial. Para que este corte comience a extenderse, aumentando su superficie, se requiere gastar cierta energía, igual, según el valor, al trabajo que es necesario realizar para asegurar la integridad del material delante del borde del corte. Este trabajo (con signo contrario) puede llamarse *trabajo de destrucción*. Al mismo tiempo que se forma una superficie nueva, libre de cargas, en cierto volumen del cuerpo la deformaicón disminuye, lo que conduce a la liberación correspondiente de la energía elástica del cuerpo. Así, pues, basándose en el principio de conservación de la energía (menospreciando otros flujos posibles de energía), al desarrollarse la grieta en una magnitud δS, se observa la condición energética tipo

$$\delta\Gamma = G\delta S.$$

Aquí $\delta\Gamma$ es el trabajo de destrucción, necesario para formar una superficie nueva de ruptura con área δS; G es el flujo de energía hacia el vértice de la grieta con relación

a la unidad del área de la fisura, o con otras palabras, es *la intensidad de la energía elástica que se libera*.

Como ya hemos señalado, A. A. Griffith suponía que la magnitud $\delta\Gamma$ es la energía superficial del sólido que posee la misma naturaleza física que el líquido. Semejante interpretación del trabajo de destrucción no permitía tomar en consideración algunos detalles importantes del proceso de destrucción. He aquí uno de esos detalles. Cuando la grieta se desarrolla, en las inmediaciones más o menos amplias de su extremo transcurren siempre deformaciones plásticas irreversibles del material. El científico húngaro E. O. Orowan, al realizar las pruebas en losas de acero pobre en carbono con grietas marcadas, vio claramente cómo transcurren dichas deformaciones. El científico observó que la deformación plástica se concentra en una capa fina en la cercanía de la superficie de la grieta. La destrucción similar fue llamada casifrágil. De esta manera, los gastos energéticos durante la creación de nuevas superficies, al desarrollarse la grieta están relacionados principalmente con el trabajo de la deformación plástica de los volúmenes del material situados delante del frente de la grieta.

Si las dimensiones lineales de estos volúmenes son pequeñas en comparación con la longitud de la grieta, el flujo de la energía elástica puede calcularse como siempre de acuerdo con la solución elástica, mien-

tras que el gasto de energía para la destrucción se puede atribuirlo al trabajo de la deformación plástica. Esto es precisamente el concepto de *la destrucción casifrágil* de E. O. Orowan y G. R. Irwin que aportó una contribución importante en la mecánica de la destrucción y permitió pasar de un material ideal en el esquema de Griffith a los materiales metálicos reales. La acción favorable de dicho concepto se explica por el hecho de que la destrucción de estructuras reales ocurre prácticamente siempre de manera casifrágil, o sea, la fractura por macrofragilidad contiene unas deformaciones residuales considerables cerca de la superficie de destrucción. Así, pues, fue abierto el camino de la aplicación de la teoría de la destrucción de Griffith para resolver los problemas ingenieriles.

El cálculo directo del flujo energético que va hacia el vértice de la grieta es una tarea matemática muy compleja incluso para el caso más simple, examinado por A. A. Griffith. En cambio, el valor de este flujo puede calcularse, según G. R. Irwin, mediante el trabajo de las fuerzas cohesivas en el vértice de la grieta. El aumento de la superficie de la fisura en una magnitud ΔS puede interpretarse así: a lo largo de la línea de la grieta tracemos en la mente un corte de la longitud requerida que no tiene la posibilidad de abrirse a causa del enlace entre las orillas sometidas a la acción de las mismas tensiones (con el signo contrario) que surgían delante del frente de la

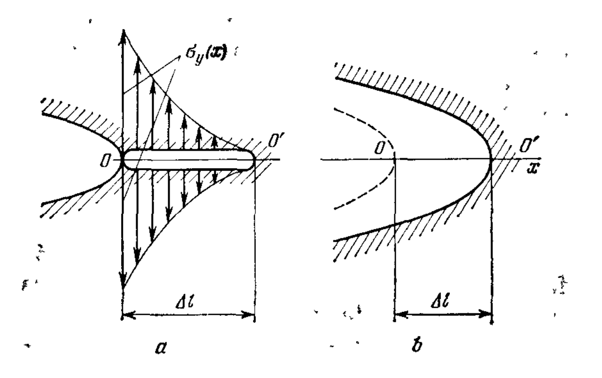


Fig. 52. Representación esquemática del extremo de la grieta antes de su desplazamiento en un segmento Δl (*a*) y después de ello (*b*).

grieta en un cuerpo denso (antes del corte imaginario) (fig. 52, *a*). Si después disminuir lentamente estas tensiones hasta cero, el corte se abre y se obtiene una grieta con un área aumentada en ΔS (fig. 52, *b*). Al calcular el flujo energético, se examina conforme a los razonamientos expuestos sólo el entorno directo del frente de la grieta, donde el estado de la deformación tensa puede dividirse en tres componentes, o sea, la rotura normal, los cizallamientos transversal y longitudinal, y hacer uso de las fórmulas asintóticas correspondientes del § 11.

En nuestro experimento imaginario para la grieta del corte normal en la sección del corte desde x hasta $x + dx$ la fuerza $\sigma_y dx$, que actúa sobre el enlace que retiene, decre-

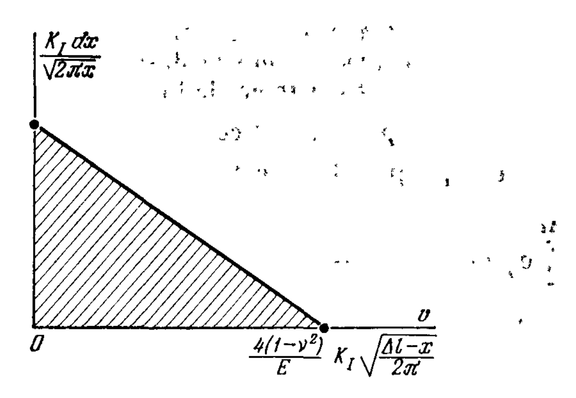


Fig. 53. Para calcular el trabajo de las tensiones σ_y al desplazarse la grieta en un segmento Δl.

ce lentamente desde el valor

$$\sigma_y\,dx=\frac{K_I}{\sqrt{2\pi x}}\,dx \tag{54}$$

que se determina mediante la segunda fórmula de (40) para $r=x$, $\theta=0$ y hasta cero. Además, el punto de su aplicación se desplaza a largo del eje y desde 0 hasta el valor

$$v=\frac{4(1-\nu^2)}{E}K_I\sqrt{\frac{\Delta l-x}{2\pi}}, \tag{55}$$

definido por la fórmula (41) para $r=\Delta l-x$, $\theta=\pi$. El trabajo de la fuerza de retención es igual al área de triángulo rayado en la gráfica de la dependencia entre $\sigma_y dx$ y v, que puede considerarse lineal (fig. 53), es decir, a la mitad del producto de las magnitudes que se determinan por

las fórmulas (54) y (55). Calculando el trabajo total, confeccionado al desplazarse el corte en Δl debemos tomar la integral desde $2\cdot\frac{1}{2}\,\sigma_y\cdot dx\cdot v$ por todo el corte (la cifra dos aparece porque el corte tiene dos orillas):

$$\int_0^{\Delta l} \sigma_y\cdot v\cdot dx = \frac{4\,(1-\nu^2)\,K_{\mathrm{I}}^2}{2\pi E}\times$$

$$\times\int_0^{\Delta l}\sqrt{\frac{\Delta l - x}{x}}\,dx = \frac{(1-\nu^2)\,K_{\mathrm{I}}^2}{E}\,\Delta l.$$

Esta integral *) la pueden calcular perfectamente los estudiantes de primer curso.

El flujo energético G es igual numéricamente al trabajo respecto a la unidad de incremento de la longitud de la grieta, o sea,

$$G = \frac{1-\nu^2}{E}\,K_{\mathrm{I}}^2, \qquad (56)$$

para la deformación plana, y

$$G = \frac{1}{E}\,K_{\mathrm{I}}^2, \qquad (57)$$

*) Mediante la sustitución $x = \Delta l\,\mathrm{sen}^2\,\varphi$ ella se reduce a la integral elemental

$$\int_0^{\Delta l}\sqrt{\frac{\Delta l - x}{x}}\,dx = \Delta l\cdot\int_0^{\pi/2}(1+\cos 2\varphi)\,d\varphi =$$

$$= \Delta l\cdot\frac{\pi}{2}.$$

para el estado plano de tensión. De la misma manera pueden calcularse las intensidades de la liberación de la energía para las fisuras de cizallamientos transversal y longitudinal y, luego, sumándolas, obtenerse las expresiones para la grieta de tipo general

$$G=\frac{1-\nu^2}{E}(K_{\rm I}^2+K_{\rm II}^2)+\frac{1+\nu}{E}K_{\rm III}^2. \qquad (58)$$

Así, pues, llegamos a dos enunciaciones equivalentes del criterio de destrucción. La grieta recibe la posibilidad de extenderse en el caso cuando 1) la intensidad de la liberación de la energía G alcanza el valor crítico

$$G_c = \delta\Gamma/\delta S = \text{const};$$

2) el coeficiente de la intensidad de las tensiones K alcanza el valor crítico $K_c = \text{const}$.

Así, el criterio energético del inicio del crecimiento de la grieta tiene la forma

$$G = G_c. \qquad (59)$$

El criterio de fuerza

$$K = K_c. \qquad (60)$$

Señalemos que las relaciones (56) y (57) son válidas también para el estado crítico (G_c y K_c), donde G_c es el *trabajo específico (eficaz) de la destrucción y* K_c, *el coeficiente crítico de la intensidad de las tensiones.* Estas dos magnitudes se denominan con frecuencia *viscosidad de la destrucción*. Las

enunciaciones (59) y (60) son válidas para una destrucción elástica ideal (para $\sigma_y \to \infty$ junto al extremo de la grieta en un planteamiento de linearización del problema de la teoría de la elasticidad) y, en general, con ellas se agota prácticamente la *mecánica lineal del desarrollo de las grietas.*

De hecho para la mayoría de los materiales reales en una zona pequeña del borde del corte, debido a tensiones grandes, surge una zona donde se manifiestan las propiedades no lineales del material y en la que la distribución de las tensiones y los desplazamientos se diferencia de la elástica. En el esquema de la destrucción casifrágil (E. O. Orowan y G. R. Irwin) se toma que la zona de los efectos no lineales es pequeña en comparación con la longitud de la grieta. Eso permite considerar que la dimensión de dicha zona y la intensidad de las deformaciones plácticas en ella se controlan totalmente por el coeficiente de la intensidad de las tensiones, el límite de fluidez y el coeficiente de endurecimiento, mientras que el campo de tensiones alrededor de la región plástica se describe con las fórmulas asintóticas. Por lo tanto, para la destrucción casifrágil ambas enunciaciones del criterio de destrucción se conservan. En lo sucesivo no haremos diferencias esenciales entre la destrucción frágil y casifrágil (en el sentido indicado) y para los dos casos usaremos el término de la destrucción frágil.

Delante del extremo de la grieta para la mayoría de los materiales reales surge una

zona plástica más o menos desarrollada, con la particularidad de que incluso si la extensión de esta zona alcanza un 20 por 100 de la longitud de la grieta, el campo de tensiones alrededor de la zona plástica aún se determinará por las fórmulas asintóticas. Por eso la dimensión de la zona plástica y la intensidad de las deformaciones plásticas en ella se controlan totalmente por el coeficiente de la intensidad de las tensiones K y por las propiedades del material. Pero hay que mencionar un hecho de que para validez de las hipótesis en la mecánica lineal del desarrollo de las grietas, al calcular el coeficiente K, es necesario artificialmente (de manera ficticia) aumentar la longitud (o semilongitud) de la grieta en la mitad de la longitud de la zona plástica. Este procedimiento lleva el nombre de *corrección plástica de Irwin.*

Supongamos que a distancia $r = r_y$ del extremo de la grieta (a $\theta = 0$) la tensión σ_y alcanza el límite de fluencia σ_f. Entonces partiendo de la igualdad $KI/\sqrt{2\pi r_y} = \sigma_f$, hallamos el radio de la zona plástica

$$r_y = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_f^2}, \qquad (61)$$

donde en el momento crítico $K_f = K_c$ para el estado plano de tensión. La deformación plana para el estado volumétrico de tensión de la tracción disminuye la parte de la tensión tangente y la zona plástica se reduce, es decir, la destrucción

será más frágil y las tensiones durante la destrucción serán más bajas. Obtenemos que para tener en cuenta la zona plástica es suficiente en la fórmula para el coeficiente de la intensidad de las tensiones sustituir la semilongitud de la grieta l por $l + r_y$. En esto consiste precisamente la denominada corrección de la deformación plástica para calcular K_c según la fórmula para K. Dicha corrección amplía la zona de validez de la mecánica lineal de la destrucción, o sea, por las tensiones de destrucción hacia su aumento y por las longitudes críticas de las grietas, hacia su disminución. Para la deformación plana la corrección plástica (en virtud de su pequeñez) puede no introducirse.

Puesto que la zona plástica pequeña está rodeada por un campo elástico que caracteriza el valor K, las dimensiones de la zona plástica y la magnitud de la deformación dentro de esta zona dependen del coeficiente K, así como de la resistencia del material a la deformación plástica. Las dimensiones de la zona plástica dependen también del grado de restricción de la deformación transversal (a lo largo del extremo frontal de la grieta). A su vez, el grado de restricción de la deformación es función del grosor de la muestra plana, con el aumento del cual el estado de tensión varía del plano ($\sigma_z = 0$) al volumétrico, siendo la deformación plana ($\sigma_z = \nu (\sigma_x + \sigma_y)$). La fig. 54 muestra la forma peculiar de la zona plástica en el vértice de la grieta transpa-

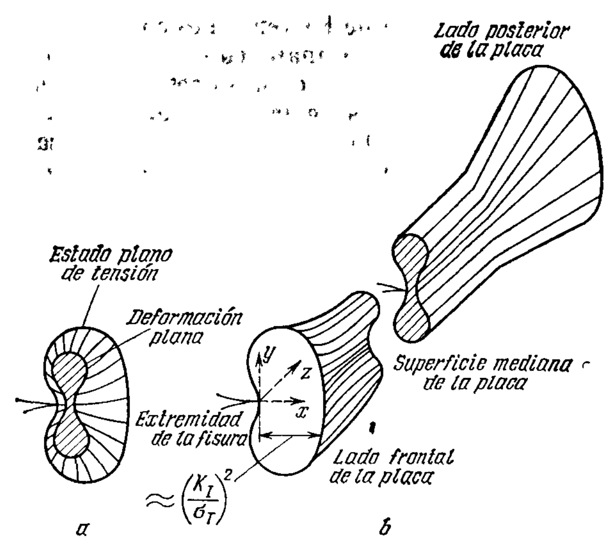


Fig. 54. Representación esquemática de la zona plástica en el extremo de la grieta transparente en la placa, parecida en algo a un hueso:

a) comparación de las formas de las zonas plásticas durante una deformación plana (en la sección mediana de la zona) y un estado plano de tensión (en sus superficies libres)

b) representación espacial de la zona plástica

rente en una muestra plana. Ella indica evidentemente el paso del estado casi plano de tensión en la superficie a la deformación plana en la profundidad, lo que se parece en algo al hueso que les gusta rumiar a los perros.

De lo dicho arriba se ve el papel decisivo del coeficiente de la intensidad de las, tensiones en la mecánica de la destrucción lo que está ligado al examen del coeficiente

de la intensidad de las tensiones como objeto de investigación analítico o experimental. Las tablas de las expresiones analíticas de los coeficientes de la intensidad de las tensiones para los cuerpos con diversa configuración y los esquemas de cargamento pueden ser halladas en los manuales. Una parte considerable del material, expuesto en el presente libro, está dedicada al estudio de la influencia del mencionado coeficiente sobre las regularidades del crecimiento de las grietas, así como a la definición del coeficiente de la intensidad de las tensiones en los problemas más distintos.

§ 15. Cálculo y medición de los coeficientes de la intensidad de las tensiones

Para calcular los coeficientes de la intensidad de las tensiones es necesario resolver el problema para los cuerpos de una configuración compleja con grietas, pero la solución de las tareas de la mecánica del cuerpo a deformar para las zonas con cortes (grietas) está relacionada con ciertas dificultades matemáticas conocidas como consecuencia de haber puntos singulares. La mayoría de estos problemas pueden resolverse eficazmente sólo empleando los ordenadores.

En la actualidad entre los métodos de cálculo en los problemas de la mecánica de la destrucción recibió gran propagación *el método de elementos finitos* (MEF). Éste se basa en la suposición de que el cuerpo puede representarse en forma de un conjun-

to de elementos unidos mutuamente sólo en los nudos. No vamos a profundizar la exposición del MEF, ya que es un tema para un libro entero. Diremos únicamente que los procedimientos que se utilizan en ese método se parecen mucho a los de la mecánica de la construcción. La sustitución de un cuerpo complejo por cierta red de elementos finitos (fig. 55) puede compararse con la sustitución de un cuerpo denso por cierta construcción de rejilla, en la cual la distribución de tensiones debe ser similar. Es natural que el cálculo del análogo de rejilla es más simple y se reduce a la solución del sistema de ecuaciones lineales que expresan el equilibrio de los nudos de la rejilla. En las inmediaciones de los concentradores de tensiones y, particularmente, en la cercanía del vértice de la grieta es necesario hacer la rejilla mucho más tupida o aplicar el elemento finito especial (fig. 56), cuyo comportamiento equivale al comportamiento asintótico de las tensiones y deformaciones, descrito por las fórmulas (40)...(45). El método de elementos finitos permite calcular los desplazamientos u y las tensiones σ en los nudos de la rejilla y los coeficientes de la intensidad de las tensiones se calculan después, por ejemplo, usando las fórmulas asintóticas (40) ... (45) de la siguiente manera:

$$K \approx \frac{\sqrt{2\pi r}}{f(\theta)} \sigma \text{ ó } K \approx \frac{\mu \sqrt{2\pi}}{g(\theta) \sqrt{r}} u.$$

El ejemplo de cómo se calculan K_I y K_{II}, aplicando el MEF, para una placa con

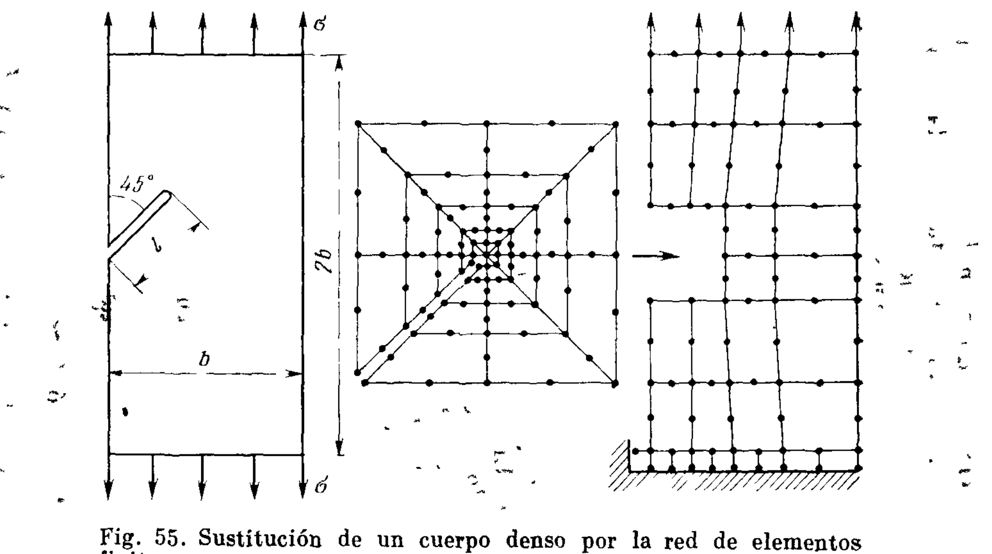


Fig. 55. Sustitución de un cuerpo denso por la red de elementos finitos.

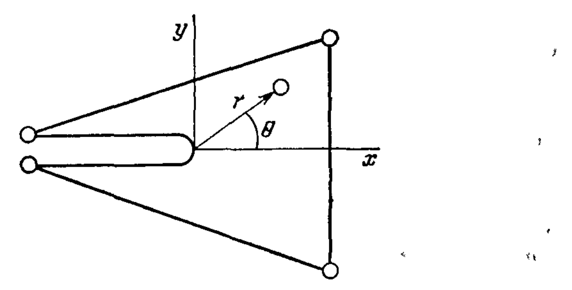


Fig. 56. Elemento finito especial que simula el vértice de la grieta.

corte lateral inclinado (cuyo modelo de cálculo ya se dio en la fig. 55), se muestra en la fig. 57.

Entre los otros métodos numéricos utilizados para resolver los problemas de la mecánica de la destrucción yo destacaría *el método de elementos de frontera*. Ya el propio nombre indica que no todo el cuerpo enteramente se divide en elementos, como en el MEF, sino que sólo su frontera. La cantidad de elementos de frontera, para la que se alcanza una precisión aceptable del cálculo, es mucho menor que el número de elementos finitos, sobre todo si el cuerpo es grande y su frontera pequeña, digamos una cavidad pequeña en un cuerpo ilimitado. Una de las peculiaridades más atractivas del método de elementos de frontera es el volumen relativamente pequeño de información inicial, lo que significa la reducción del trabajo manual, al preparar el problema para ser calculado en el ordenador.

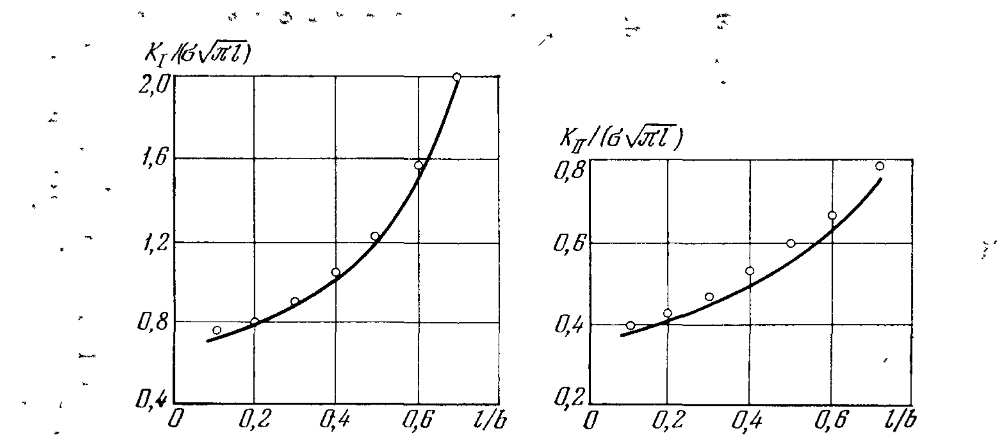


Fig. 57. Comparación de los valores de los coeficientes de la intensidad de las tensiones calculadas por el MEF (puntos) y por la solución analítica de O. Bovey (líneas).

Parémonos un poco en la variante del MEF llamado *«método de desplazamientos discontinuos»*. Este método se utiliza con éxito al resolver las tareas planas sobre los cuerpos de forma arbitraria con cualesquiera grietas curvilíneas. La base del método la componen las expresiones analíticas que permiten por la discontinuidad prefijada de los desplazamientos tangenciales (u) y normales (v) entre las orillas del corte rectilíneo en un plano ilimitado calcular las tensiones tangenciales (σ_n) y normales (τ_n) en una superficie arbitraria de cualquier punto del plano. Imaginémonos que la frontera del cuerpo y las grietas que existen en él se sustituyen aproximadamente por un sistema N de pequeños cortes rectilíneos (elementos de frontera), para los cuales se prefijan las discontinuidades desconocidas por ahora de los desplazamientos u_j y v_j ($j = 1, 2, \ldots, N$). Haciendo uso de las fórmulas analíticas mencionadas, pueden expresarse las tensiones que provocan ésas en la línea de cada uno de los cortes. Sumando todas estas contribuciones para el i-ésimo elemento (i — $1, 2, \ldots, N$) e igualándolas a las tensiones conocidas exteriores σ_{ni} y τ_{ni}, obtenemos el sistema de ecuaciones para determinar las incógnitas u_j y v_j:

$$\left\{\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{n} (a_{ij}u_j + b_{ij}v_j) = \sigma_{ni}, \\ &\sum_{j=1}^{n} (c_{ij}u_i + d_{ij}v_j) = \tau_{ni}. \end{aligned}\right. \qquad (i = 1, 2, \ldots, N)$$

Los coeficientes a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij} se llaman coeficientes de frontera de influencia, por ejemplo, b_{ij} de la tensión normal en el i-ésimo elemento provocada por la discontinuidad unitaria de los desplazamientos en dirección tangencial a lo largo del j-ésimo elemento ($v_j = 1$). Después de hallar u_i y v_i mediante las mismas fórmulas analíticas se calculan las tensiones que surgen en el cuerpo de las cargas prefijadas. Luego se calculan los coeficientes de la intensidad, aplicando cualquier método conocido (verbigracia, partiendo del comportamiento asintótico de los desplazamientos y las tensiones en el vértice de la grieta o usando el método energético). Quiero señalar sólo que para elevar la precisión del cálculo en los elementos de frontera adjuntos al vértice de la grieta se toma *una distribución parabólica* de las discontinuidades de los desplazamientos que, como se sabe, tiene lugar en el vértice de cualquier grieta cargada (recuerden las fórmulas (41), (43) o (45).

Los métodos numéricos permiten evitar aquellas dificultades insuperables que surgen, al aplicar los métodos analíticos para resolver tareas concretas para los cuerpos de dimensiones limitadas. En la actualidad los métodos numéricos y, en primer lugar, el método de elementos finitos, se caracterizan por un grado elevado de desarrollo, próximo a la «saturación». El análisis de la bibliografía, publicada en los centros científicos principales de EE.UU. y Japón

muestra que los esfuerzos fundamentales se concentran ahora en la aplicación de los métodos numéricos para el tratamiento de los datos experimentales y el cálculo de las estructuras, mientras que la elaboración de estos métodos ya no es un problema actual como lo era unos 5...10 años atrás, pasando poco a poco a segundo plano. No obstante, no hay que pensar que en la URSS se logró semejante grado de «saturación» de recursos de cómputo y software, por lo que creemos que la elaboración de complejos de programa para calcular numéricamente, en general, las tareas de la mecánica permanece, siendo problema de importancia extraordinaria. En efecto, desde el punto de vista puramente científico, en el método de elementos finitos por ejemplo, está todo claro, en cambio, al realizarlo en la práctica, en plena conformidad con la ley de Marfy *) el cuadro resulta no tan favorable.

Como uno de los ejemplos de la ejecución práctica exitosa (del MEF citemos el cálculo de los coeficientes de la intensidad de las tensiones en el rotor de una turbina de gas en el vértice de la grieta que se encuentra en la zona de arista hueca delante del disco (fig. 58). La carga en acción consta de una presión exterior, las fuerzas centrífugas y tensiones térmicas. Está claro que resolver este problema de modo analítico se puede (¡y si existe la posibilidad!), sólo efectuando

*) *La ley de Marfy*: si algún percance puede ocurrir, siempre ocurre. Corolario: todo el trabajo requiere más tiempo de que Usted piensa.

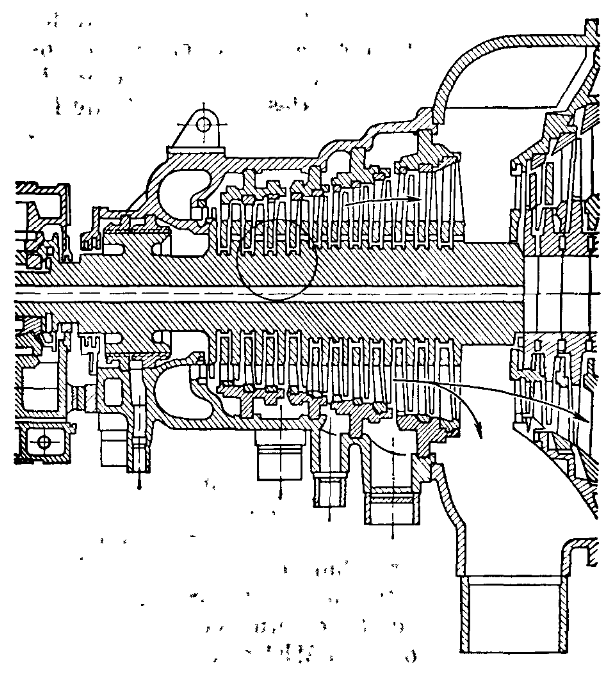


Fig. 58. Parte del rotor de una turbina de gas.

simplificaciones considerables que pueden de una manera imprevista reflejarse en los resultados del cálculo, mientras que el cálculo de los coeficientes K_I y K_{II} en el ordenador no representa dificultad alguna. La solución con el método de elemento finito comienza por la idealización del objeto. En la fig. 59. se muestra el modelo de elemento finito de un rotor de simetría axial con una

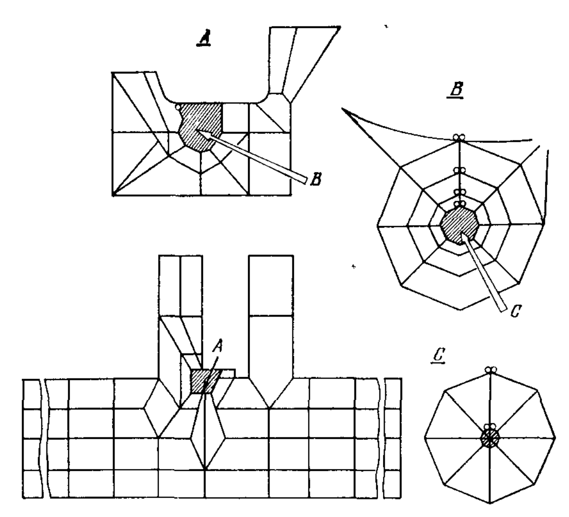


Fig. 59. Modelo de elemento finito de la zona del rotor destacada en la fig. 58 por un redondel.

grieta. A medida de acercarse al vértice de la grieta, la rejilla de los elementos se hace más tupida, lo que en la figura, para mayor evidencia, se muestra con inserciones sucesivas. La última de ellas rodea el vértice de la grieta. El resultado total se representa en la fig. 60, donde se dan los valores de los coeficientes de la intensidad de las tensiones del primer y segundo tipos K_I y K_{II}. A continuación, de haber necesidad, estos coeficientes pueden usarse en los cálculos de la resistencia mecánica.

Como información citamos la tabla 2 reducida de los coeficientes de la intensidad de las tensiones, calculados con diversos mé-

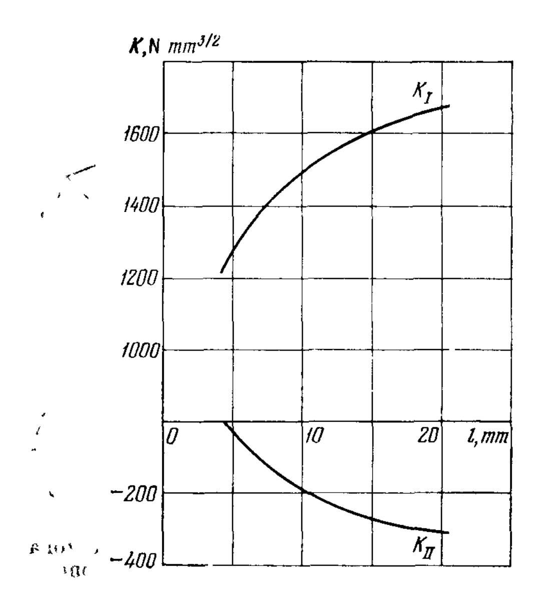


Fig. 60. Coeficientes de la intensidad de las tensiones para una grieta anular en el rotor.

todos para los esquemas de cargamento que se emplean en la práctica con más frecuencia. Los coeficientes de intensidad se representan por lo general como

$$K=\sigma\sqrt{\pi l}Y \quad \text{ó} \quad K=\sigma\sqrt{l}Y.$$

Los factores adimensionales Y en la mecánica de la destrucción llevan el nombre de «*K-calibración*». Ellos dependen de la relación entre la longitud de la grieta l y las dimensiones del cuerpo, por ejemplo, el

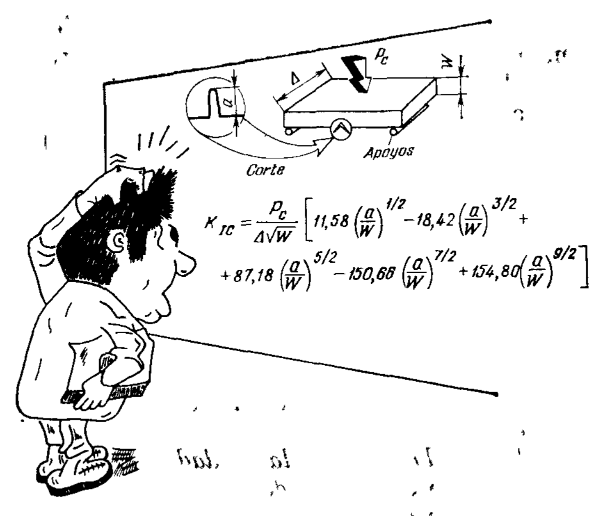


Fig. 61. En los cálculos prácticos es cómodo usar la K-calibración.

grosor de la sección b, o sea, del número $\lambda = l/b$. Esta dependencia, por lo general, se da en forma de tabla o mediante una fórmula aproximada, con frecuencia, mediante un polinomio

$$Y(\lambda) = c_0 + c_1\lambda + c_2\lambda^2 + c_3\lambda^3 + \ldots$$

Si el ingeniero encuentra en el manual una K-calibración conveniente (fig. 61), la tarea de calcular la construcción respecto a la destrucción se simplifica para él extremadamente, pues ya no tiene que resolver un problema matemático muy complicado y las siguientes dificultades en el cómputo ya pueden superarse.

A la par con los métodos numéricos tienen gran propagación los métodos experimentales de la definición del estado de deformación tensa, ya que el cuadro de las tensiones surgidas se puede ver en el experimento y calcular los coeficientes de la intensidad, haciendo uso para ello de las mismas fórmulas asintóticas. Con el fin de determinar durante las pruebas el estado de tensión de un cuerpo elástico real se utilizan los métodos físicos más diversos, nos detendremos sólo en los más conocidos, *el método de fotoelasticidad*, *método de las zonas de sombras y método de las franjas de muaré*.

El método de fotoelasticidad, que con frecuencia se denomina *de polarización óptica*, se utiliza con éxito ya desde el comienzo de nuestro siglo. Se basa en usar la birrefringencia artificial, un fenómeno físico interesante que se observa en algunos materiales, por ejemplo, en las resinas epoxi o cauchos de poliuretano. El índice de refracción en semejantes materiales cambia proporcionalmente a la tensión mecánica, por eso el cuadro de un estado complejo de tensión en una placa ópticamente sensible puede verse como al obtener las fotografías, «revelando» el cuadro de la distribución de los índices de refracción que surge en ella. Con este fin a través de la placa se deja pasar la luz polarizada. El rayo en cada punto de la placa se descompone en dos componentes ortogonalmente polarizados los cuales, debido a la diferen-

Tabla 2 **Coeficientes de intensidades de tensiones**

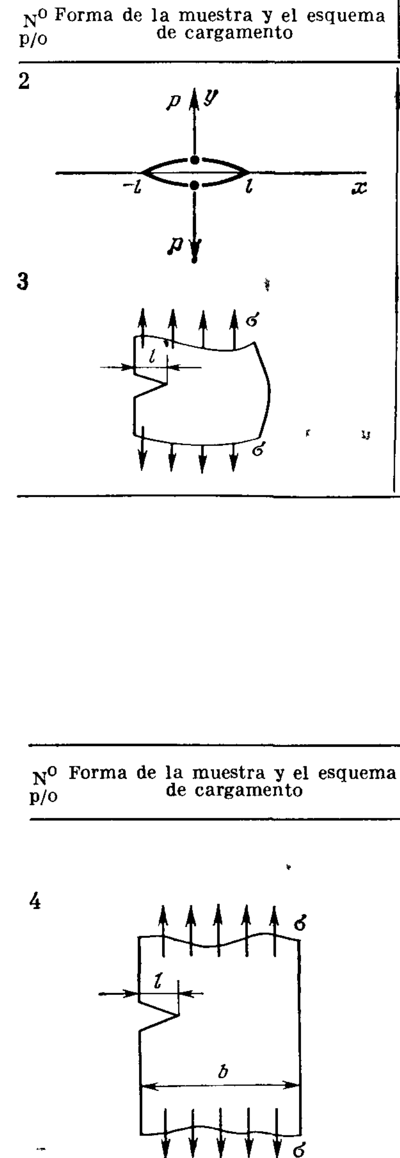
Nº p/o	Forma de la muestra y el esquema de cargamento		Fórmula para el coeficiente de la intensidad de las tensiones
1	y, $-l$, l, x	Plano ilimitado con grieta, la dilatación es perpendicular a la grieta	$K = \sigma\pi\sqrt{l}$

Continuación de la tabla 2

	Fórmula para el coeficiente de la intensidad de las tensiones
Plano ilimitado con grieta, la dilatación es mediante fuerzas concentradas	$K=\frac{P}{\sqrt{\pi l}}$
Semiplano con grieta transversal extrema, la dilatación es perpendicular a la grieta	$K=1,12\,\sigma\sqrt{\pi l}=1,99\,\sigma\sqrt{l}$

Continuación de la tabla 2

	Fórmula para el coeficiente de la intensidad de las tensiones
Franja con grieta transversal extrema, dilatación axial	$K=\sigma\sqrt{l}\,Y(\lambda),\ \lambda=\frac{l}{b}$ $(\lambda<0,7)$. $Y(\lambda)=1,99-0,41\lambda+18,70\lambda^2-38,48\lambda^3+53,85\lambda^4$

Nº p/o	Forma de la muestra y el esquema de cargamento
2	
3	

12—0825

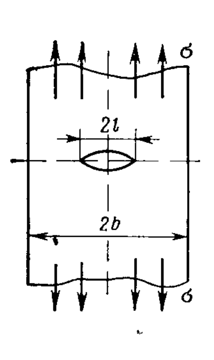
Nº p/o	Forma de la muestra y el esquema de cargamento
4	

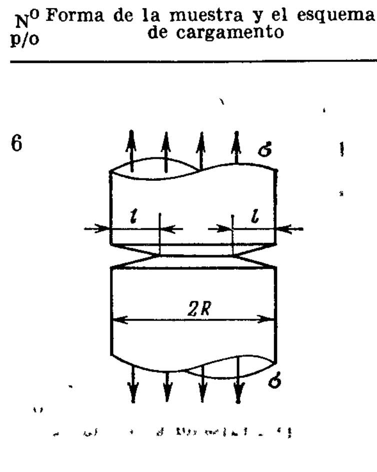
Continuación de la tabla 2

	Fórmula para el coeficiente de la intensidad de las tensiones
Franja con grieta transversal central, dilatación axial	$K=\sigma\sqrt{\pi l}\,Y(\lambda)$, $\lambda=\frac{l}{b}\ (\lambda<0,7)$ $Y(\lambda)=1+0,128\lambda-$ $-0,288\lambda^2+1,525\lambda^3$

Continuación de la tabla 2

	Fórmula para el coeficiente de la intensidad de las tensiones
Cilindro con grieta anular extrema, dilatación axial	$K=\sigma\sqrt{l}\,Y(\lambda)$, $\lambda=l/R$ λ 0,03 0,05 0,1 0,2 0,4 $Y(\lambda)$ 1,88 1,82 1,66 1,41 1,01

Nº p/o	Forma de la muestra y el esquema de cargamento
5	

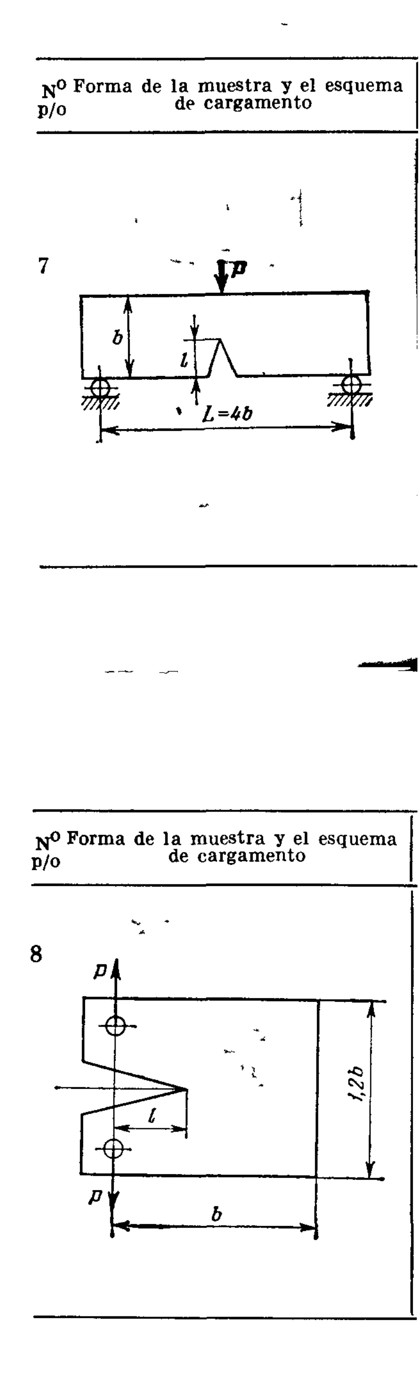
Nº p/o	Forma de la muestra y el esquema de cargamento
6	

Continuación de la tabla 2

	Fórmula para el coeficiente de la intensidad de las tensiones
Viga con grieta transversal extrema, flexión mediante la fuerza concentrada	$K=\frac{6P\sqrt{l}}{tb}Y(\lambda)$, $\lambda=\frac{l}{b}$ $(\lambda<0,6)$ $Y(\lambda)=1,93-3,07\lambda+14,53\lambda^2-25,1\lambda^3+25,8\lambda^4$

Continuación de la tabla 2

	Fórmula para el coeficiente de la intensidad de las tensiones
Muestra "compacta", dilatación mediante fuerzas concentradas	$K=\frac{P\sqrt{l}}{tb}Y(\lambda)$, $\lambda=\frac{l}{b}$ $(\lambda<0,6)$ $Y(\lambda)=29,6-185\lambda+655\lambda^2-1017\lambda^3+639\lambda^4$.

Nº p/o	Forma de la muestra y el esquema de cargamento
7	

Nº p/o	Forma de la muestra y el esquema de cargamento
8	

cia de los índices de refracción, se propagan con distintas velocidades, merced a lo cual en la salida de la placa aparece una diferencia de recorrido de los rayos luminosos, proporcional a la diferencia de las tensiones principales en este punto. Si la diferencia de recorrido es igual a un número semientero de longitudes de las ondas luminosas, en una pantalla especial los componentes del rayo se suprimen mutuamente. De esta manera, en la pantalla aparece un cuadro de franjas claras y oscuras que representan en sí líneas con una diferencia constante de tensiones principales. A lo largo de las líneas más oscuras (*isoclinas*) se cumple la relación

$$\sigma_1 = \sigma_2 = n\frac{\sigma_0}{h},$$

donde σ_1 y σ_2 son las tensiones principales ($\sigma_1 > \sigma_2$), h, el grosor de la placa, σ_0, la constante óptica y $n = 1/2, 3/2, 5/2, \ldots$ En los puntos de las líneas más claras (*efecto isocromático*) es válida la relación analógica, pero con $n = 1, 2, 3, \ldots$

En el mismo vértice donde se cumple la solución asintótica, la forma de las líneas isocromáticas es siempre la misma (fig. 62), ya que conforme a las fórmulas (40) y (3)

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \sqrt{(\sigma_y - \sigma_x)^2 + 4\tau_{xy}^2} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\operatorname{sen}\theta,$$

y la ecuación de la línea isocromática del orden n:

$$r = \frac{K_I^2 h^2}{2\pi n^2 \sigma_0^2}\operatorname{sen}^2\theta.$$

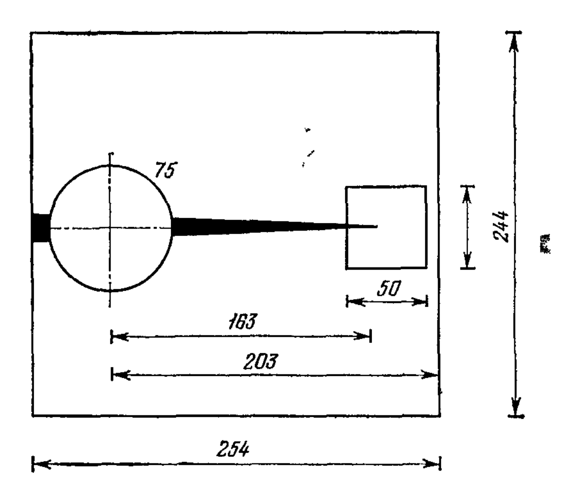


Fig. 62. Líneas isocromáticas en el vértice de la grieta.

Los resultados de la investigación de las tensiones en los modelos ópticamente sensibles pueden transferirse a las piezas metálicas y no metálicas reales, utilizando el teorema establecido ya en 1898 por Moris Levy, según el cual en muchos casos importantes el estado plano de tensión del cuerpo no depende de sus constantes elásticas.

Un ejemplo de los cuadros teóricos y experimentales de las líneas isocromáticas para la llamada muestra compacta modificada (fig. 63) se da en las figs. 64, *a* y 64, *b*. Estas figuras pertenecen a un cuadrado de 50 × 50 mm que rodea el vértice. Señalemos que en el mismo vértice de la grieta

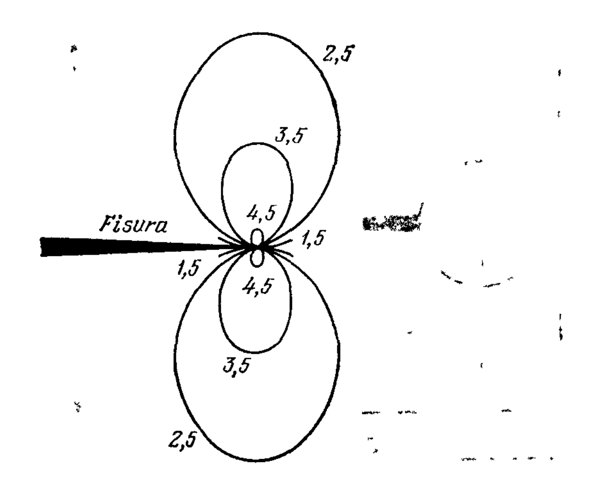


Fig. 63. Muestra compacta.

en la fig. 64, *a* se observa el cuadro de las líneas isocromáticas ilustrado en la fig. 62.

Los cuadros isocromáticos suelen ser tan peculiares y exóticos que pueden provocar en la gente con rica imaginación ciertas visiones de arte. Existen especialistas importantes de los métodos de polarización óptica que consideran que basándose en los cuadros isocromáticos pueden crearse obras de pintura irrealista en estilo de «Log-art» de A. Durelly y «Frac-art» de H. P. Rossmanith (figs. 65, *a* y *b*).

Otro procedimiento más muy conocido es *el método de las franjas de sombra* que tiene también otro nombre, o sea, *método*

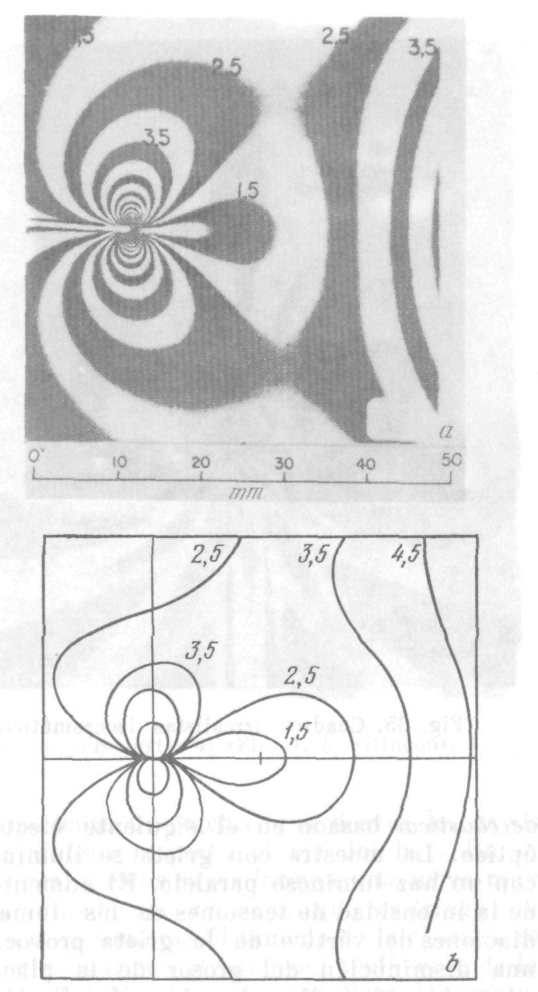
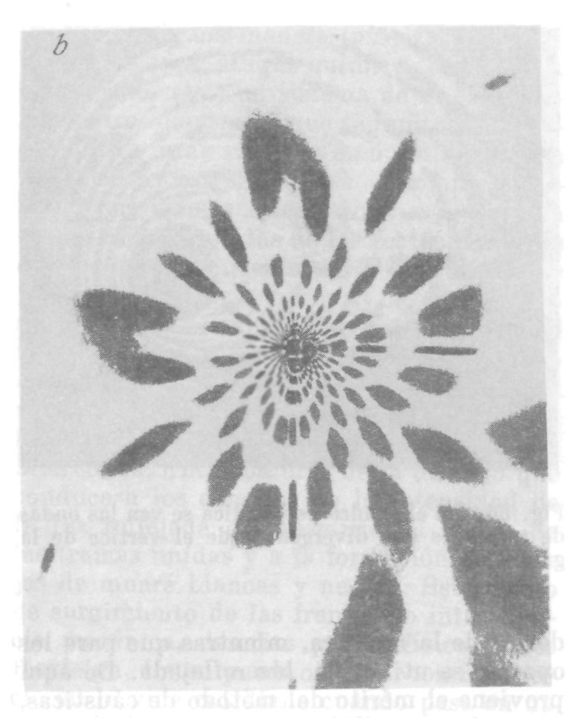


Fig. 64. Líneas isocromáticas en el vértice de la grieta en una muestra compacta: *a*) experimento, *b*) teoría.



Fig. 65. Cuadros irrealistas isocromáticos

de cáusticas basado en el siguiente efecto óptico. La muestra con grieta se ilumina con un haz luminoso paralelo. El aumento de la intensidad de tensiones en las inmediaciones del vértice de la grieta provoca una disminución del grosor de la placa y cambia el índice de refracción. Por lo tanto, el vértice de la grieta actúa como



estilo «Frac-art»: *a*) «Flora», *b*) «Rincón».

una lente divergente que desvía los rayos luminosos respecto al eje del haz. En la pantalla estos rayos forman una curva muy iluminada (*la cáustica*) que restringe la zona de sombra. El tamaño de la cáustica se logra ligar con el valor del coeficiente de la intensidad de las tensiones. Para los materiales transparentes la pantalla se coloca

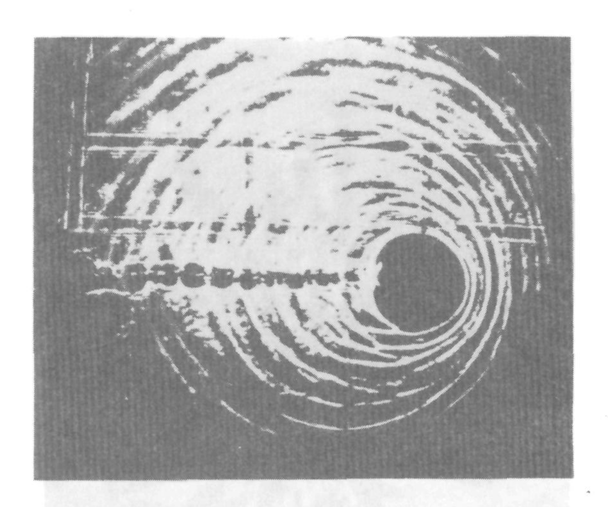


Fig. 66. En el cuadro de cáustica se ven las ondas de tensiones que divergen desde el vértice de la grieta.

detrás de la muestra, mientras que para los opacos, se utiliza la luz reflejada. De aquí proviene el mérito del método de cáusticas, o sea, éste es válido para investigar los metales, aunque no está libre de algunos defectos. Por ejemplo, la microgrieta que se forma delante del vértice de la grieta principal, se convierte en fuente de ondas que se propagan radialmente, lo que cambia las dimensiones de las cáusticas y complica la interpretación de los resultados (fig. 66).

Al medir con *el método de las franjas de muaré*, sobre la superficie a investigar se

marca de alguna manera (mediante la fotolitografía, por ataque químico, espolvoreo, estampado, etc.) un sistema de líneas, puntos u otros elementos que se repiten periódicamente y están situados en un mismo plano (semejantes estructuras se denominan *tramas*). Las tramas lineales que más se usan en la práctica son las de las rectas paralelas separadas a una misma distancia (desde 10 hasta 200 líneas por mm). La trama que se aplica a la superficie a investigar del modelo, pieza o muestra, se deforma junto con la superficie durante el cargamento. Al superponer las tramas patrón y deformada, los intervalos claros de una trama se recubren con las líneas oscuras de la otra, lo que conduce a los cambios de la intensidad de la luz reflejada o transmitida a través de las tramas unidas y a la formación de franjas de muaré blancas y negras. Este efecto de surgimiento de las franjas de interferencia mecánica, descrito por el físico inglés Rayleigh, Usted puede observar con frecuencia en la vida cotidiana cuando pasa en un automóvil, tren o bicicleta junto a una verja del jardín o paranieves. En función de la distancia hasta la reja y la velocidad del movimiento las franjas oscuras de contraste surgirán o desaparecerán, o irán al mismo nivel que Usted. Los experimentos con aplicación del efecto de muaré son cómodos por el hecho de que las posiciones de los mínimos y máximos de iluminación de las franjas de muaré están unidas con las deformaciones de la trama marcada en la

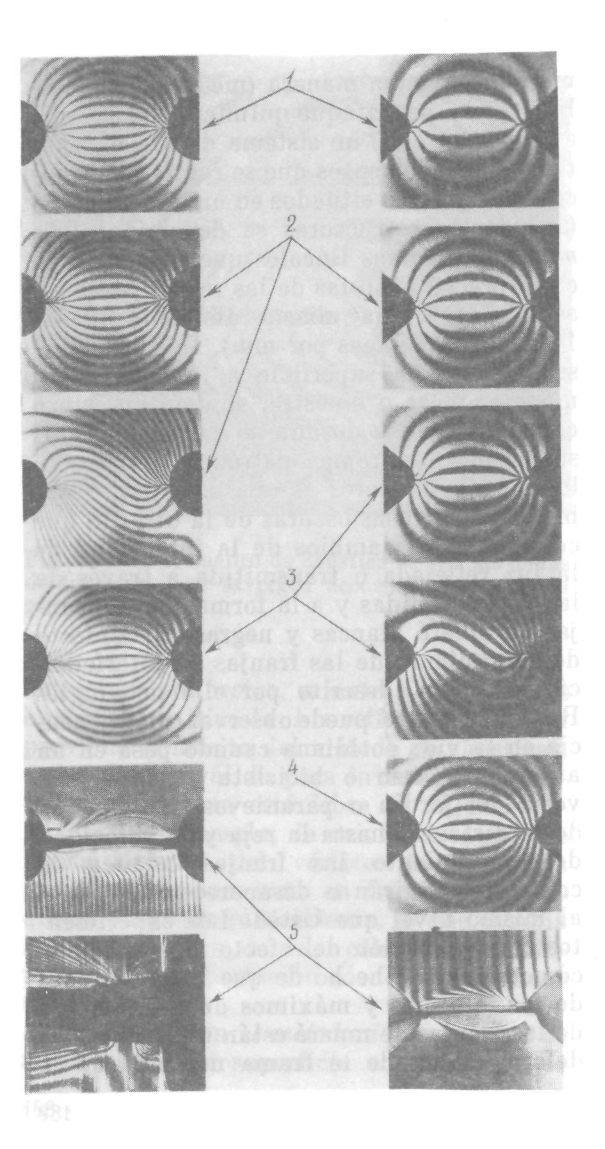

1
2
3
4
5

Fig. 67. Cuadros de las franjas de muaré para una banda con cortes laterales y fisuras artificiales:

1, $\sigma_n = 0{,}4\sigma_f$; *2*, $\sigma_n = 0{,}7\sigma_f$; *3*, $\sigma_n = 1{,}0\sigma_f$; *4*, $\sigma_n = 1{,}1\ \sigma_f$;
5, cuadro de las franjas de muaré después de la destrucción. El coeficiente de la concentración es igual a 1,92 (las fotos a la izquierda) ó 2,5 (las fotos a la derecha), en dos fotos la trama patrón está vuelta de manera que sea vista con más precisión la fisura aparecida.

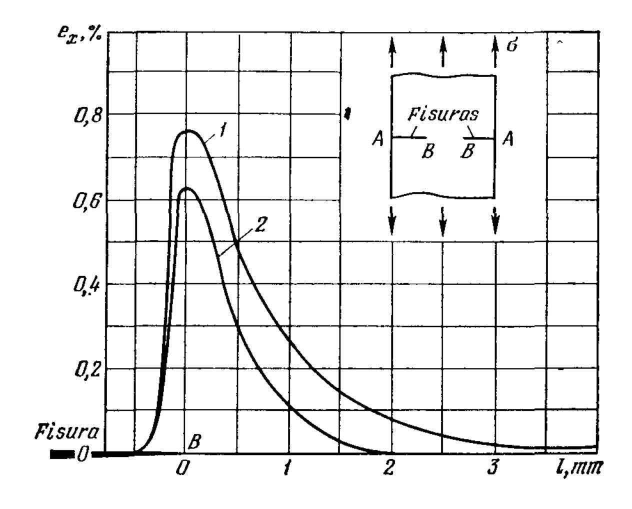
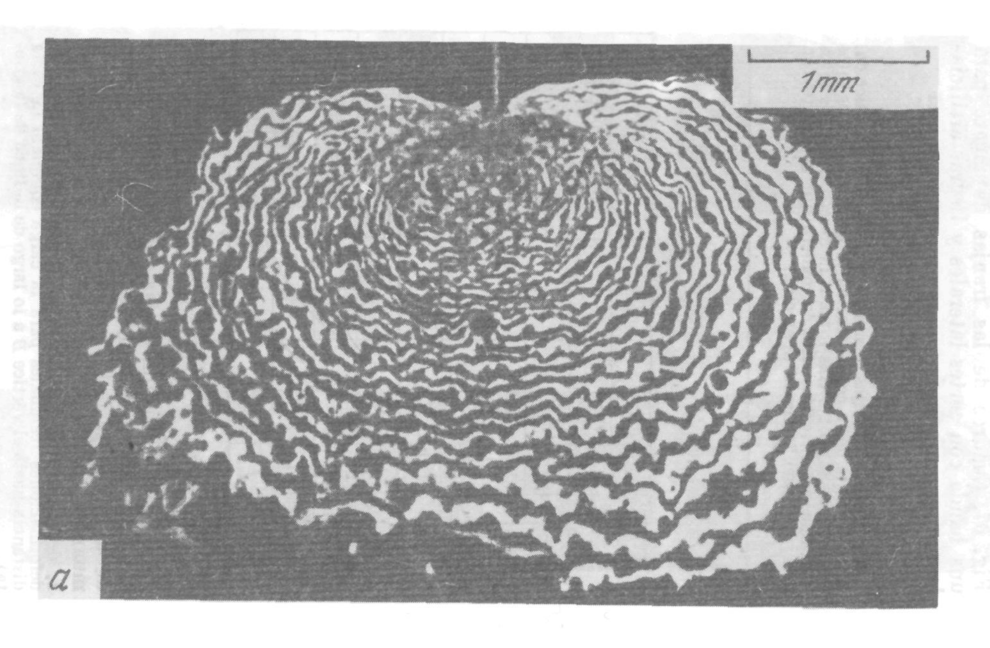


Fig. 68. Distribución de las deformaciones e_x delante del vértice de la grieta lateral en una lámina de aluminio medida con ayuda del método de muaré holográfico:

1, deformación para la tensión nominal de 36 MPa; *2*, deformaciones residuales para la carga completa (x es la distancia hasta el vértice *B* a lo largo de la línea de la grieta).


1mm
a

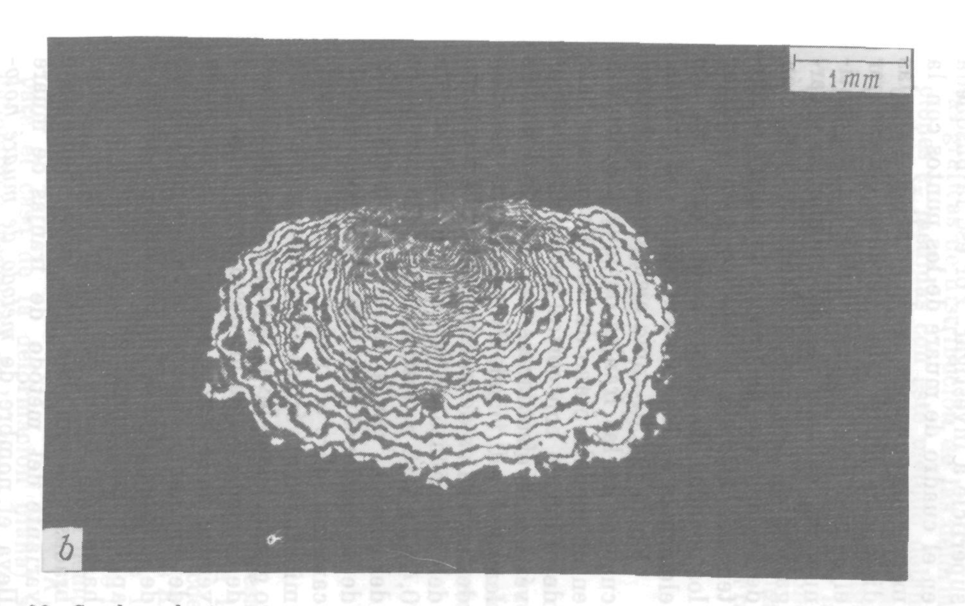


Fig. 69. Cuadros de interferencia, por los cuales se trazaron las curvas *1* y *2* en la fig. 68.

superficie a investigar. Por eso la búsqueda en el cuadro de muaré de los puntos con la misma iluminación y la medición de las distancias entre ellos permite determinar el campo de desplazamientos y, a continuación, calcular las deformaciones y cargamentos. Las posibilidades de medición de los métodos de franjas de muaré permiten con eficacia utilizarlos para analizar los estados de deformación tensa en los elementos de las construcciones con grietas.

En la fig. 67 como ejemplo se muestran cuadros de las franjas de muaré obtenidas en un modelo plano de una aleación a base de aluminio con cortes laterales, en cuyos vértices se efectúan aserraduras de 5 mm de longitud y 0,1 mm de grosor. La posición de las franjas de muaré que varía a medida del incremento de la carga nominal σ_n de 0,4 σ_f a 1,16 σ_f testimonia que la curvatura del corte y, por lo tanto, la concentración de las tensiones en su base no influyen prácticamente sobre el cuadro de los desplazamientos en el vértice de la aserradura aguda o grieta. Para elevar la precisión y fiabilidad de la medición de los desplazamientos en el vértice de la fisura, sin lo que no se puede determinar a ciencia cierta los coeficientes de la intensidad de las tensiones, se necesita aplicar las tramas con una frecuencia de hasta 1200 líneas por un milímetro, alumbradas por un haz del láser. Semejante variante del método de franjas de muaré lleva el nombre de *método de muaré holográfico*. La fig. 68 muestra como ejemplo

las gráficas de distribución de las deformaciones e_x medidas con este método delante del vértice de la grieta en la aleación a base de aluminio durante la carga y descarga. Las figuras de interferencia (fig. 69) por las que se determinaron esas deformaciones a mi parecer son capaces de impresionar no menos que los cuadros de estilo Fracart (fig. 65).

§ 16. Medición de la viscosidad de la destrucción

Para calcular en la práctica los peligros de los defectos en los elementos de las construcciones comparar y elegir los materiales y tecnologías basándose en los criterios energético

$$G = G_c$$

o de fuerza

$$K = K_c$$

de la destrucción (véase el § 13) es necesario no sólo conocer las velocidades de la liberación de la energía elástica G o del coeficiente de la intensidad de las tensiones K, sino también el trabajo específico de la destrucción G_c y del coeficiente crítico de la intensidad de tensiones K_c. Como ya hemos señalado, los valores G_c y K_c (G_{Ic} y K_{Ic} para el caso de la deformación plana) se denominan *viscosidad de la destrucción* (con frecuencia los dos, pero a veces, el último).

A pesar de que este término se usa en la literatura científico-técnica soviética, es dudoso considerarlo acertado. Pues es la traducción a pie de letra del inglés «*fracture toughness*» que no refleja las propiedades del material a resistir el incremento de las grietas en él. A veces se le llama «*resistencia a las grietas*» que corresponde mucho mejor al quid de la cuestión, pero este término por desgracia no obtuvo una total propagación por ahora.

La viscosidad de la destrucción K_c se determina mediante el experimento o directamente, o bien primero se mide G_c y luego se calcula, aplicando las fórmulas (56) ó (57) (véase el § 14):

$$K_{Ic}=\sqrt{\frac{E}{1-\nu^2}G_{Ic}}$$ para la deformación plana,

$$K_c=\sqrt{EG_c}$$ para el estado plano de tensión.

La elección de la forma, las dimensiones y el método de cargamento de la muestra, así como de las condiciones del experimento que garantizan la veracidad de los resultados de medición, se establecen por los estándares nacionales o ramales. Para confeccionar la agudez indispensable del corte «se cultiva» por lo general una pequeña fisura de fatiga, para lo cual la muestra se somete previamente a la acción de una carga pulsante. Durante el experimento el registrador traza, la curva P — V (la carga aplicada

a la muestra, es decir, el desplazamiento del punto de su aplicación), la longitud de la grieta l se registra cada momento mediante procedimientos especiales (visuales, eléctricos, acústicos, etc.). Para determinar correctamente K_c (o G_c) en el experimento es necesario que la deformación plástica no sea excesiva. Así, pues, para la deformación plástica directa por todo el grosor el volumen deformado plásticamente en el vértice de la grieta resulta ser tan grande que ya es imposible utilizar las fórmulas asintóticas. A base de las verificaciones experimentales se estableció aproximadamente que la deformación plástica tolerable en el vértice de la grieta tiene lugar si la tensión destructiva en la sección neto de la muestra no supera un 0,8 del límite de fluencia del material, definido en las muestras lisas. La longitud crítica de la grieta que se usa para calcular K_c en este caso no será igual al valor determinado en las pruebas, sino a un valor un poco mayor, a saber: en el valor de la corrección de Irwin r_y mencionada antes. Para la exactitud necesaria de la determinación del valor de K_c la longitud de la zona plástica no debe superar el 20 por 100 de la semilongitud de la grieta, pues fuera de esa zona es imposible utilizar las fórmulas asintóticas de la mecánica lineal de destrucción.

La reducción de la deformación plástica, aumentando el grosor de la muestra conduce a la disminución del valor K_c hasta cierto límite, hacia el cual éste tiende asintótica-

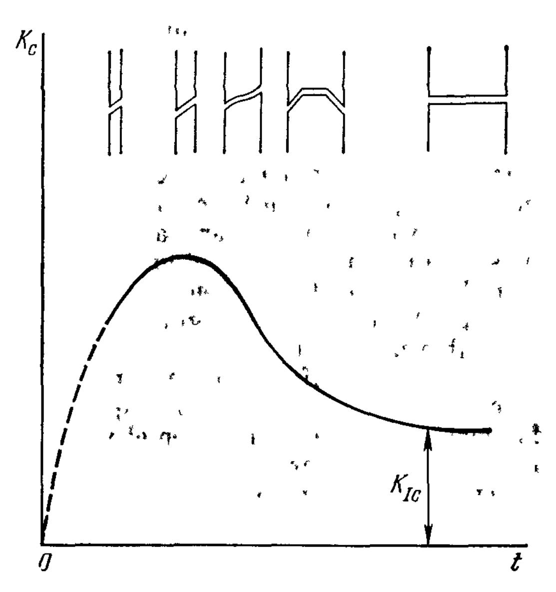


Fig. 70. Dependencia entre la viscosidad de destrucción K_c y el grosor t de una muestra plana. Se muestra la sección de las muestras de diferente grosor según la fractura.

mente (fig. 70). Esto es, precisamente, ese valor K_c para el estado volumétrico de tensión, siendo la deformación plana, para el cual (merced a un grosor suficiente para el material dado) se prohíbe prácticamente la deformación macroplástica delante del borde de la grieta y la destrucción ocurre según el tipo de fractura «directa» sin chaflanes laterales. Esta magnitud lleva el

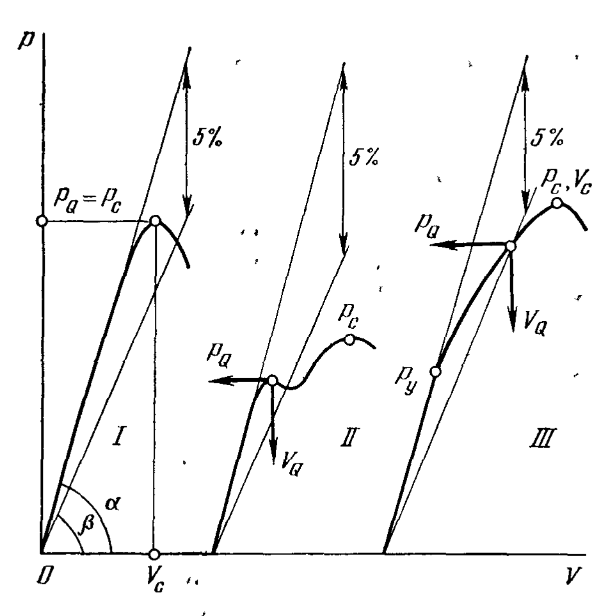


Fig. 71. Tipos principales de los diagramas de las pruebas de las muestras con grietas iniciales.

nombre *de coeficiente crítico de la intensidad de las tensiones para la deformación plana* y se denota por K_{Ic}, puesto que la destrucción se efectúa en este caso por el primer tipo de deformaciones, o sea, mediante la ruptura (fig. 47) y el diagrama de la deformación en coordenadas «fuerza P — desplazamiento V» es prácticamente de forma triangular (fig. 71, diagrama I). El cálculo

de K_{Ic} se ejecuta por la fuerza máxima P_c y su valor ya es mucho más próximo al que se obtiene de la tarea puramente elástica, ya que el volumen plásticamente deformado en este caso es menor y no es necesario introducir la corrección de la longitud de la grieta.

La definición experimental de K_{Ic} no requiere medir la longitud de la grieta que crece, puesto que ella no incrementa en la práctica, y para calcular se hace uso de su longitud inicial. No obstante, la definición de K_{Ic} resulta más compleja que la de K_c, porque no se puede saber de antemano si se obtiene para el grosor dado una fractura directa. En estos casos a veces ayuda *el método de salto*. Se notó que para muchos materiales el diagrama «carga — desplazamiento» tiene un salto: un brusco incremento del desplazamiento sin el aumento o incluso durante la reducción de la carga (diagrama II). Este salto va acompañado por lo general por un crujido *) y una formación de cierta sección de una fractura directa en forma de triángulo en el centro del grosor, directamente en el vértice de la grieta inicial de fatiga. La formación de la sección recta de la fractura según su forma transcurre en las condiciones de la deformación plana, lo que permite considerar la carga correspondiente a su formación para determinar la tensión al calcular el valor K_{Ic}.

*) Este hecho es la base de los métodos acústicos del análisis de las grietas.

Si el salto no existe (fig. 71, diagrama III), la carga puede definirse, trazando, una secante bajo un ángulo β, cuya tangente es el 5 por 100 inferior a la tangente del ángulo de inclinación de la recta del cargamento elástico α. El punto de intersección de la secante con la línea del diagrama «carga — desplazamiento» nos da el valor buscado de la carga P_Q. Pero es necesario cerciorarse de que el desplazamiento desde el punto P_y hasta el punto P_Q transcurre a cuenta del incremento de la grieta y no debido a la deformación plástica.

Por fin hay que establecer que la no linealidad de los diagramas del ensayo es la consecuencia del crecimiento de la grieta y no del desarrollo de la deformación plástica. Para ello es necesario comprobar las condiciones de la veracidad de la definición de K_{Ic} que restringen las dimensiones de la zona plástica en el vértice de la grieta. Estas condiciones que están estrictamente previstas por los estándares acotan inferiormente las dimensiones de la muestra con relación, por ejemplo, al tamaño característico de la zona plástica r_y (véase la fórmula (52)), mientras que las dimensiones se acotan superiormente sólo por las posibilidades técnicas y financieras.

Después de determinar los valores fehacientes de la carga crítica P_Q y de la longitud de la grieta l nos queda por calcular K_{Ic}, haciendo uso de la K-calibración correspondiente (véase la tabla 2).

Si se trata de medir el trabajo específico

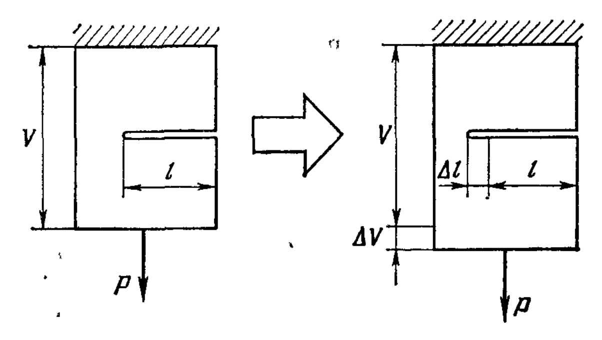


Fig. 72. Incremento de la grieta en la placa cargada con una fuerza constante.

de la destrucción G_c, en este caso se emplea, por lo general, *el método de flexibilidad*, propuesto por Irwin que consiste en lo siguiente. Sea (fig. 72) una lámina rectangular linealmente elástica (para simplicidad de grosor unitario) con una grieta lateral de longitud l (cargada por una fuerza constante P (por ejemplo, mediante un halterio). Analicemos qué pasará, desde las posiciones energéticas de Griffith, si la longitud de la fisura aumenta en una magnitud pequeña Δl. La energía elástica de la lámina incrementa en una magnitud $\Delta U = \frac{1}{2} P \cdot \Delta V$ (ΔV es el desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza), eso lo enuncia el famoso teorema de Clapeyron, ingeniero francés del siglo pasado que ya hemos mencionado antes. La fuerza exterior P ejecuta un trabajo $\Delta A = P \cdot \Delta V$,

cuya parte se emplea para completar la energía elástica de la lámina y otra parte va a la destrucción del material:

$$\Delta\Gamma = G\Delta l. \tag{62}$$

Formemos el balance energético

$$\Delta\Gamma = \Delta A - \Delta U =$$
$$= P\cdot\Delta V - \frac{1}{2} P\cdot\Delta V = \frac{1}{2} P\cdot\Delta V. \tag{63}$$

Señalemos que a diferencia del caso de las capturas inmóviles, examinado en el § 12, el flujo energético para la destrucción se toma del dispositivo de carga y forma exactamente la mitad del flujo exterior.

Puesto que la lámina es elástica, el desplazamiento de captura es proporcional a la fuerza aplicada P:

$$V = \lambda P. \tag{64}$$

El factor de proporcionalidad λ, llamado *flexibilidad*, depende de las dimensiones de la lámina y, evidentemente, de la longitud de la grieta, es decir, $\lambda = \lambda(l)$, por eso, uniendo (62) ... (64), obtenemos

$$G\Delta l = \frac{1}{2} P\Delta V = \frac{1}{2} P^2\Delta\lambda \approx \frac{1}{2} P^2 \frac{d\lambda}{dl} \Delta l$$

o bien

$$G = \frac{1}{2} P^2 \frac{d\lambda}{dl}. \tag{65}$$

La flexibilidad de la muestra se determina directamente por la curva experimental $P - V$.

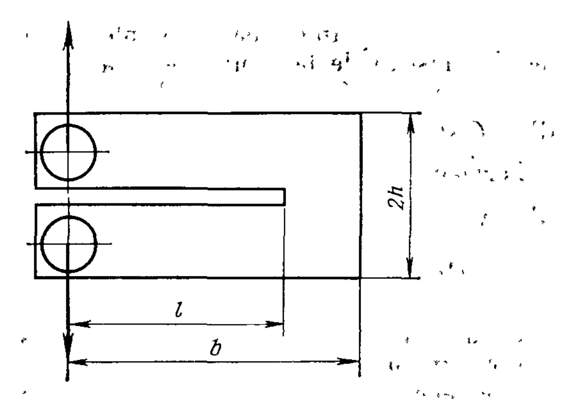


Fig. 73. Muestra de dos consolas.

Es curioso señalar que la fórmula (65) puede utilizarse al momento para obtener las K-calibraciones.

A título de ejemplo examinemos una muestra en forma de viga de dos consolas con longitud b, altura $2h$ y grosor t (*la muestra VDC*, fig. 73). La configuración de la muestra es tal que sus dos brazos pueden considerarse como vigas de consola de longitud l cargadas en el extremo libre con una carga flexante P. De la resistencia de los materiales se sabe que la flecha de semejante viga es igual a $4Pl^3/(Eth^3)$. De aquí hallamos el desplazamiento del extremo superior con relación al inferior que es igual a la flecha doble de la viga

$$\Delta = \frac{8Pl^3}{Eth^3} = \lambda P, \quad \text{de donde} \quad \lambda = \frac{8l^3}{Eth^3}.$$

Según la fórmula (65) para la placa de grosor t tenemos

$$G=\frac{P^2}{2t}\frac{d\lambda}{dl}=\frac{P^2}{2t^2}\frac{24l^2}{Eh^3}.$$

El coeficiente de la intensidad de las tensiones en la muestra VDC por la fórmula (57) del § 14 será

$$K=\sqrt{EG}=\frac{2\sqrt{3}\,Pl^3}{t\cdot h^{3/2}}. \qquad (66)$$

Esta fórmula aproximada es tanto más precisa, cuanto mayores son los brazos de la muestra.

Al final es conveniente adjuntar los valores aproximados de K_c para algunos materiales (tabla 3).

Tabla 3

Material	K_c, MPa·m$^{1/2}$
Acero	11,06
Hierro fundido	3,16
Duraluminio	11,06
Madera	0,85
Poliestireno	0,41
Grafito para reactor	0,13

§ 17. Mecánica no lineal de la destrucción

La mecánica lineal de la destrucción (mejor dicho, *la mecánica del desarrollo de las grietas principales*) describe una destrucción frágil que sucede como consecuencia del incremento de la grieta en ausencia de las deformaciones plásticas en el vértice de la grieta. En

este caso son válidas las fórmulas asintóticas para las tensiones y deformaciones ((40) . . . (45) del § 11)) y el problema sobre la extensión de la grieta puede enunciarse en términos de los coeficintes de la intensidad de las tensiones. Así, pues, el rasgo principal de la mecánica lineal de la destrucción es la posibilidad de estudiar el comportamiento de un cuerpo con grieta con ayuda de los coeficientes de la intensidad de las tensiones, con la particularidad de que el propio concepto de este coeficiente tiene sentido físico.

Pero si la dimensión lineal característica de la zona plástica en el vértice de la grieta comienza a superar el 20 por 100 la longitud de la grieta, el concepto del coeficiente de la intensidad de las tensiones pierde el sentido (debido a la restricción de la esfera donde son válidas las fórmulas asintóticas). En este caso la enunciación de las regularidades, que determinan el comportamiento del cuerpo con grieta, está relacionada de una u otra manera con las propiedades de la resistencia del material a las deformaciones plásticas. En semejante planteamiento el problema pertenece a *la mecánica no lineal de la destrucción*, todos los modelos de la cual parten de la existencia de una zona plástica suficientemente desarrollada delante del vértice de la grieta *).

---

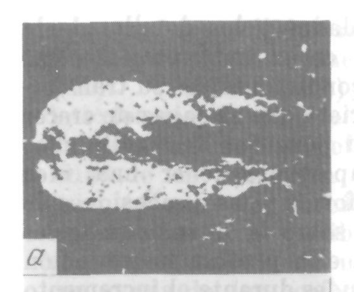
*) Está claro que existe cierta región intermedia, donde las dos mecánicas de la destrucción pueden usarse. Además señalemos que las tareas sobre

Las peculiaridades y los detalles de la fluencia plástica en el extremo del corte determinan las condiciones de su transformación en una grieta que es capaz de crecer y las leyes de su posterior desarrollo. Por eso es muy importante tener una idea correcta sobre la forma y las dimensiones de la zona plástica, sobre la intensidad de las deformaciones en ella y sobre la evolución de dichas magnitudes durante el incremento de la carga exterior y la extensión de la grieta. Las características indicadas de la zona plástica en el extremo de la grieta sirven de argumento para confeccionar algunos modelos de las fisuras.

El desarrollo de la zona de las deformaciones plásticas puede estudiarse tanto de modo teórico, como experimental. Para el estudio experimental de las zonas plásticas son útiles las muestras planas de acero pobre en carbono. Cambiando su grosor, pueden variarse las condiciones del transcurso de la deformación desde el estado plano de tensión hasta la deformación plana. En una inmediación del extremo de la grieta la deformación plana se realiza para pequeños niveles de tensión en comparación con el límite de fluencia. El decapado de una superficie pulida de la muestra indica que la zona plástica se extiende en dirección de la tracción (hacia arriba y hacia aba-

---

los cuerpos elásticos con fisuras en un planteamiento especificado no lineal pertenecen desde el punto de vista físico y geométrico a la mecánica no lineal de la destrucción.



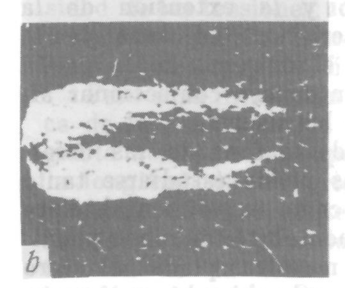


Fig. 74. Zona plástica en el extremo del corte en la superficie de una muestra plana de acero:

a) el corte tiene una base redondeada con un radio de unos 0,07 mm;

b) el corte termina por una grieta de fatiga. Señalemos que no se encuentra ninguna diferencia ni en la forma, ni en las dimensiones de la zona plástica.

jo) de modo normal al plano de la grieta. Al aumentar el nivel de tensiones, las condiciones de desarrollo de la zona plástica se aproximan al estado plano de tensión. A eso contribuye el incremento del tamaño de la zona plástica con relación al grosor (fig. 74).

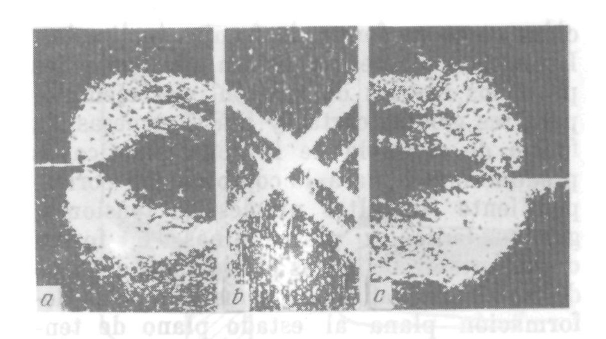


Fig. 75. Vista de la zona plástica por delante de la superficie frontal (*a*), por la sección transversal (*b*) y por la superficie posterior de la muestra (*c*). El acero es el mismo que en la fig. 74; $t = 0{,}5$ mm, $\sigma/\sigma_f = 0{,}9$.

La representación en secciones, ejecutadas a través de la dirección de la grieta, testimonia que la zona plástica tiene forma de dos franjas que se intersecan bajo un ángulo de 45° respecto a la superficie de la muestra (fig. 75). Como se sabe en esta dirección surgen las mayores tensiones tangenciales al estirar una placa fina. En la superficie de la muestra se observa una deformación considerable en dirección de la grieta que exteriormente se expresa en forma de *cavidad de contracción* (o *garganta local*). Pero también hay que señalar el carácter complicado de la configuración de la zona plástica que se manifiesta al analizar con más detalle. Esta complejidad consiste en que al mismo tiempo puede observarse la configuración tanto en forma de articula-

ción, como en forma de franjas inclinadas. Las observaciones muestran que para los pequeños niveles de tensión, por ejemplo, para las grietas cortas y placas gruesas, la forma de charnela de la zona plástica es predominante. Para la combinación correspondiente de altos niveles de tensiones, grietas largas y placas finas, la forma dominante de las zonas plásticas es del tipo de capas inclinadas. La transición de la deformación plana al estado plano de tensión transcurre permanentemente, debido a lo cual es difícil determinar la superficie de separación. Las investigaciones citadas permiten representar esquemáticamente un modelo tridimensional de la zona plástica (fig. 76). En su parte inicial prevalece una forma en bucle que después se sustituye por una franja inclinada o por dos.

Al estirar una hoja fina (de acero suave), en los ensayos se observan zonas plásticas en forma de capa (fig. 77) que prolonga la grieta.

Los cálculos numéricos efectuados en el ordenador indican que la zona plástica se desarrolla de diferente manera (fig. 78). Para la deformación plana la zona plástica está estirada a través de la línea de la grieta, mientras que para el estado plano de tensión se extiende hacia adelante en dirección del incremento de la grieta. Los resultados numéricos y experimentales examinados confirman la corrección de algunos de los modelos teóricos simplificados, basándose en los cuales pueden obtenerse las solu-

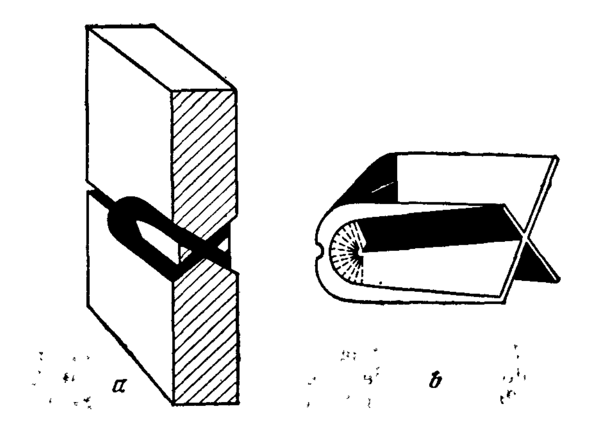


Fig. 76. Modelo tridimensional de la zona plástica al estirar una muestra plana (el acero es el mismo que en la fig. 74):
a) zona del flujo plástico en la superficie de la muestra; *b*) modelo volumétrico de la zona plástica.

ciones analíticas de los problemas sobre la destrucción de los elementos de las construcciones fuera de los márgenes de la esfera de aplicación de la mecánica lineal de la destrucción.

Entre semejantes modelos no lineales el más conocido es el *modelo* δ_k. Su esencia consiste en que delante del extremo del corte existente se introduce una zona de enlaces debilitados en forma de una capa fina. En este caso el cuerpo posee las siguientes propiedades: a) la tensión máxima de tracción no supera en ninguna parte la resistencia al desprendimiento σ_0; b) la depen-

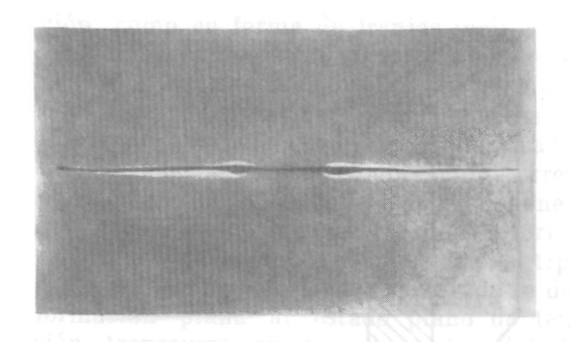


Fig. 77. Foto de una muestra, que se estira en sentido vertical de acero C,3 para $\sigma/\sigma_f = 0{,}92$ (σ es la tensión en la sección debilitada), Se ve que la longitud de la zona plástica es aproximadamente doble mayor que la del corte.

dencia entre las deformaciones y tensiones se somete a la ley de Hooke; c) la interacción de fuerza entre las superficies del corte está ausente; d) las superficies opuestas de la capa de los enlaces debilitados se atraen mutuamente con una tensión, igual a σ_0. Este esquema teórico casi al mismo tiempo e independientemente uno de otro fue propuesto por los científicos soviéticos M. Ya. Leónov y V. V. Panasiuk (1959) y por el científico norteamericano D. Dugdaile (1960). El enfoque principal de los investigadores fue diferente. Panasiuk y Leónov en su artículo conocido «Desarrollo de las grietas menudísimas en el sólido» hablaban sobre la consideración aproximada de las fuerzas de la interacción interatómica para las microfisuras, mientras que

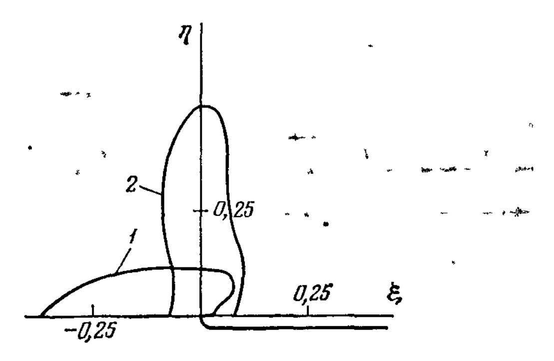


Fig. 78. Forma de la zona plástica obtenida mediante el cálculo numérico:
1, estado plano de tensión; 2, deformación plana.

según el científico norteamericano la zona de los enlaces debilitados es el material deformado plásticamente (él partía de los experimentos realizados en hojas finas de acero suave (véase la fig. 77). Sin embargo, en los dos modelos la formaliza^ción matemática es la misma, en particular, en la línea de la grieta libre de las cargas exteriores, se observan las siguientes condiciones de frontera:

$$\sigma_y = 0, \quad 2v(x) > \delta_k \quad \text{para } |x| < l,$$
$$\sigma_y = \sigma_0, \quad \delta_k > 2v(x) \geqslant 0 \quad \text{para } l < |x| \leqslant a,$$
$$\sigma_y < \sigma_0, \quad v(x) = 0, \quad \text{para } |x| > a.$$

Aquí $2l$ es la longitud de la grieta, $d = a - l$, la longitud de la capa de los enlaces debilitados, el eje y es perpendicular a la línea de la grieta y el eje x coincide con ella; el

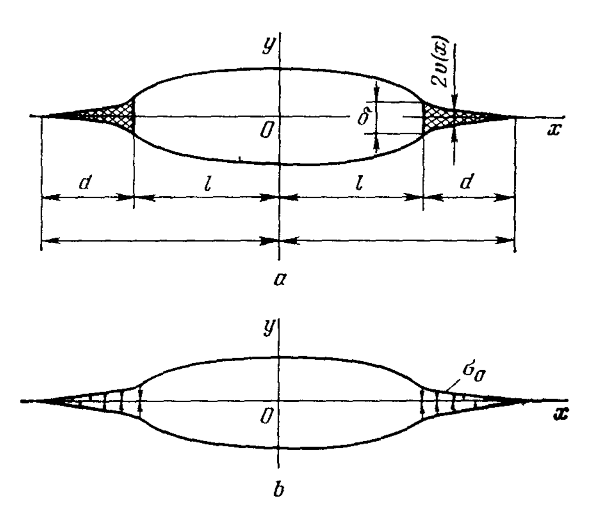


Fig. 79. Grieta con una zona plástica o zona con enlaces debilitados: a) problema inicial; b) problema elástico.

punto de referencia se halla en el punto medio de la grieta (fig. 79). La capa de los enlaces debilitados se sustituye por un corte complementario $y = 0$, $l \leqslant |x| \leqslant a$, en cuyas superficies actúan las tensiones $\sigma_y = \sigma_0$. El desplazamiento $2v\ (x,\ y = 0)$ en dirección del eje y que en el punto $x = l$ toma el valor δ_k se denomina *destructivo* (o *crítico*) y se supone que es constante del material.

El estado límite del equilibrio se determina por la condición

$$2v\ (l) = \delta_k \qquad (67)$$

que se introduce en el modelo como criterio del desarrollo de la grieta. Para determinar la extensión de la capa de los enlaces debilitados se requiere introducir otra condición más que puede ser la suavidad de la unión de las superficies opuestas del corte complementario en su extremo o la condición de la restricción de las tensiones.

Como ejemplo examinemos el problema de Griffith en el planteamiento del modelo δ_k. Supongamos que el plano con grieta unitaria se estira mediante tensiones p aplicadas en puntos alejados infinitamente. Se requiere hallar la tensión crítica para la longitud prefijada de la grieta $2l$.

Las condiciones de frontera son las siguientes:

$$\tau_{xy}(x, 0) = 0, \quad \sigma_y(x, \infty) = p \quad \text{para } -\infty < x < \infty,$$

$$\sigma_y(x, 0) = 0 \quad \text{para } |x| \leqslant l,$$

$$\sigma_y(x, 0) = \sigma_0 \quad \text{para } l < |x| \leqslant a.$$

No vamos a exponer aquí la solución bastante compleja del problema, aparentemente tan sencillo, de la teoría de la elasticidad. Escribamos sólo el resultado final. La condición para que comience el estado límite de equilibrio (67) se da por la siguiente expresión para la tensión crítica

$$p_k = \frac{2}{\pi} \sigma_0 \text{ arc cos exp} \left(-\frac{\pi E \delta_k}{8 \sigma_0 l} \right). \qquad (68)$$

Señalemos que para las longitudes grandes de las grietas (y, por tanto, para pequeñas

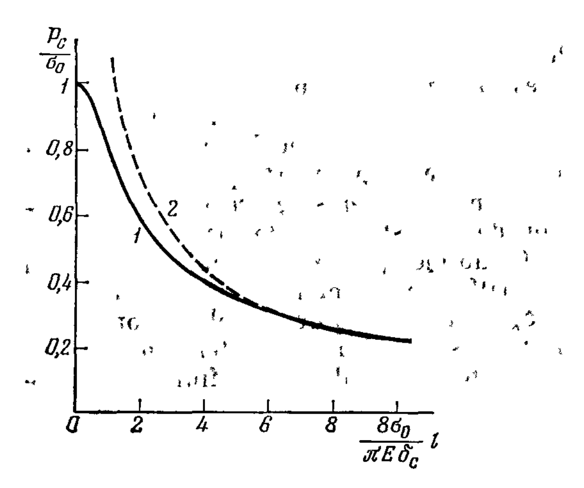


Fig. 80. Diagramas críticos de la destrucción de un plano estirado con grieta:

1, según la condición (59),
2, según la condición $K = K_c$

p_k en comparación con σ_0) la fórmula (68) se convierte en

$$p_k = \sqrt{\frac{2E\sigma_0\delta_k}{\pi l}}, \tag{69}$$

que coincide con la fórmula de Griffith al observar las condiciones

$$G_c = \delta_k\sigma_0.$$

Esta condición es fácil de obtener en los márgenes del modelo δ_k, calculando el trabajo específico de la destrucción. Los ensayos y las soluciones teóricas para los

esquemas más detallados en considerar la forma de la zona plástica confirman esta relación, sólo que precisan el factor numérico delante de $\delta_k \cdot \sigma_0$ en el segundo miembro de la última expresión.

La fig. 80 muestra la tensión crítica como función de la longitud de la grieta construida según la fórmula (68). En esa misma figura se cita el diagrama crítico de Griffith. La divergencia apreciable entre las dos curvas comienza con el valor de la tensión $p_k \approx 0{,}6\ \sigma_0$. Cuando la longitud de la grieta tiende a cero, recibimos una magnitud limitada de la tensión destructible, lo que corresponde al sentido físico. La tensión σ_0 resulta ser destructiva, tendiendo la longitud de la fisura a cero. Por eso, a base de los datos experimentales puede considerarse que σ_0 es igual al límite de fluidez del material σ_f (pero la mayor concordancia con el experimento la da la igualdad de σ_0 al límite de resistencia σ_B).

§ 18. Integrales invariantes

Un lugar importante en la mecánica no lineal de la destrucción moderna lo ocupa el concepto de la integral independiente del contorno de integración. Para la actualidad se inventaron bastantes integrales de esta índole, pero sólo dos de ellas, confeccionadas casi al mismo tiempo e independientemente, obtuvieron mayor propagación, son *la integral* Γ de G. P. Cherepánov (1967) y *la integral* J de J. R. Rice

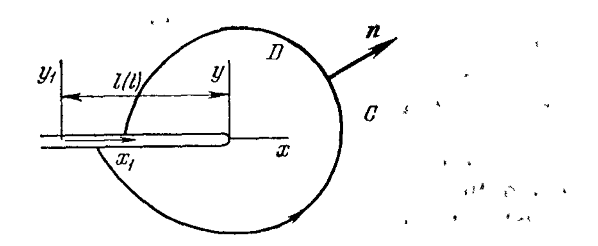


Fig. 81. Contorno C que abarca el vértice de la grieta en movimiento. El sistema de coordenadas x_1. y_1 es inmovil. El sistema x, y está enlazado con el vértice de la grieta. El balance de energía se calcula en este sistema de coordenadas en movimiento.

(1968). Por lo visto para ese tiempo la idea acerca de las integrales invariantes, como se dice, ya estaba en el aire *).

G. P. Cherepánov analizó desde el punto de vista del principio de conservación de la energía el estado de la zona D que rodea el vértice de la grieta que se mueve en un cuerpo denso deformable (fig. 81). Todo está conforme a Griffith: la energía mecánica (el trabajo de las fuerzas exteriores) que llega a través del contorno C y la energía térmica $\Delta A + \Delta Q$ (la grieta se considera libre

*) Este resultado pudo recibirse mucho antes, pero por desgracia el trabajo de J.D. Eshelby (1951) donde se calculaba la fuerza que actúa sobre una peculiaridad puntual en el medio elástico con ayuda de la integral invariante, quedó desapercibido.

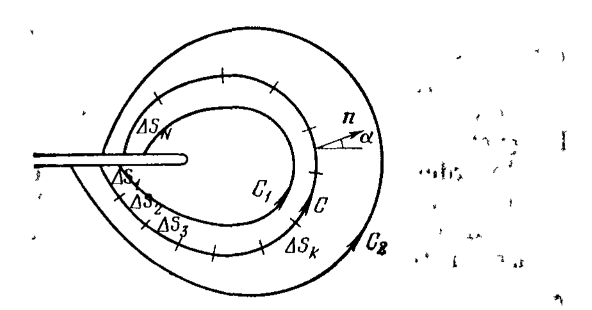


Fig. 82. La integral de Cherepánov—Rice es la misma para los contornos C, C_1, C_2.

de las acciones exteriores) se gasta en aumentar las energías cinética e interna $\Delta C + \Delta U$ y en destruir ΔP. En la zona D existe solamente un punto que absorbe la energía que es el vértice de la grieta; de afuera la energía ingresa a través del contorno C, la frontera de la zona D. Es obvio que la cantidad de energía que llega es la misma para cualquier contorno C (es invariante respecto a la elección de C)(fig. 82). Haciendo uso de las transformaciones puramente matemáticas, el científico soviético obtuvo la expresión para el trabajo específico de destrucción

$$\Gamma = \frac{dP}{dl} = \int_C \left[(W + C)\cos\alpha - \left(p_x \frac{\partial u}{\partial x} + p_y \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] ds, \qquad (70)$$

donde W es la densidad de la energía de deformación, C, la densidad de la energía

cinética, $p = \{p_x, p_y\}$, el vector de los esfuerzos que actúan sobre el contorno desde afuera, α, el ángulo entre la normal respecto al contorno y el eje x (la línea de la grieta).

Recordemos qué es lo que significa el concepto de *la integral curvilínea* respecto a la función f a lo largo del contorno C (véase la fig. 82):

$$\int_C f\,ds \approx f_1\Delta s_1 + f_2\Delta s_2 + \ldots + f_N\Delta s_N. \qquad (71)$$

Calculamos la integral, dividiendo el contorno C en una cantidad grande de secciones elementales con longitudes Δs_1, Δs_2, . . ., . . ., Δs_N y calculamos los valores de la función en cada una de las secciones f_1, f_2, . . ., . . ., f_N, luego componemos la suma (71). Así se hace, por ejemplo, al calcular la carga eléctrica total en el contorno, sabiendo la densidad de la distribución de la carga f en este contorno ($f_k\Delta s_k$ es la carga de la k-ésima sección).

La integral J de Rice se obtiene de la integral Γ de Cherepánov si se menosprecia en ella la energía cinética (o sea, los efectos de inercia)

$$J = \int \left[W\cos\alpha - \left(p_x \frac{\partial u}{\partial x} + p_y \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] ds. \qquad (72)$$

Rice demostró la independencia de semejante integral respecto al camino de integración en un cuerpo elástico no linealmente

o en un cuerpo elástico-plástico para el caso de la teoría de deformación de la plasticidad que se usa a gran escala en la práctica ingenieril.

En el § 14 se mostró que el criterio local de Irwin está relacionado con la característica singular del campo de tensiones o deformaciones en las inmediaciones del vértice de la grieta. En el caso elástico, como se señaló, de semejante característica sirve el coeficiente de la intensidad de las tensiones. En el estado límite, al pasar de una pieza (con su esquema de cargamento) a otra, hecha del mismo material (con otro esquema de cargamento), estas características (o criterios) deben ser iguales. Para una destrucción elástica perfecta el coeficiente de la intensidad de las tensiones satisface bien a la mencionada propiedad. Pero para el caso de deformaciones plásticas desarrolladas en la parte de la sección neta a título de características invariantes pueden servir los coeficientes de los términos singulares en las expresiones de las tensiones o deformaciones.

Resulta, verbigracia, que si el diagrama de deformación del material puede representarse en forma de una dependencia potencial

$$\sigma = A e^m \quad (A,\ m = \text{const}), \tag{73}$$

las tensiones y deformaciones en el vértice de la grieta tienen la siguiente forma

(compárense con las fórmulas (40) ... (45)):

$$\sigma_{ij} = A\left(\frac{J}{AI_m}\right)^{m/(1+m)} \cdot \frac{f_{ij}(\theta)}{r^{m/(1+m)}},$$

$$e_{ij} = \left(\frac{J}{AI_m}\right)^{m/(1+m)} \cdot \frac{\varphi_{ij}(\theta)}{r^{1/(1+m)}}. \qquad (74)$$

Aquí I_m es la función del número m y del tipo de apertura de la grieta (para una zona grande de valores de m y en caso de la deformación plana durante la tracción $I_m = 5$). Puesto que la magnitud J, que está en los denominadores de (74), refleja cierta característica media del campo de tensiones y deformaciones en las proximidades del vértice de la grieta, también puede considerarse como un parámetro crítico (de la misma manera que la magnitud K en las fórmulas (40)...(45) del § 11).

La propiedad de invariancia, así como la singularidad de las tensiones y deformaciones (conforme a las fórmulas (74)) permitieron tomar la integral J como una magnitud de criterio para enunciar el criterio de la destrucción: la grieta comienza a extenderse cuando la integral J invariante alcanza su valor límite J_{Ic}:

$$J = J_{Ic}. \qquad (75)$$

El valor límite J se designa por J_{Jc} (de modo analógico a K_{Ic}), porque la expresión (72) está escrita para las condiciones de la deformación plana. Para el estado plano de tensión $e_z \neq 0$ y es diferente en distintos

puntos de la placa, ya que $e_z = -\frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y)$. Por eso la condición de que el grosor es permanente, utilizada al deducir la fórmula (72), en el estado plano de tensión no se cumple. Además, para la deformación plana está ausente, por lo general, el incremento precrítico de la grieta que, según la concepción de la integral J, no se admite para evitar la descarga de la zona plástica.

En el caso de una destrucción frágil perfecta la magnitud J es de por sí un flujo de energía elástica hacia el vértice de la grieta y, como consecuencia, $J_{Ic} = G_{Ic}$. Entonces, de acuerdo con (56), del § 14 puede escribirse

$$(1 - \nu^2) K_{Ic}^2 = EJ_{Ic}. \tag{76}$$

Para el modelo δ_k (en el caso de una zona plástica fina) la integral J es igual a

$$J = -\int_c p_y \frac{\partial v}{\partial x} ds = -2\sigma_0 \int_l^{l+d} \frac{\partial v}{\partial x} dx = \sigma_0 \delta_k \tag{77}$$

(el contorno de integración se sitúa a lo largo de la frontera de la zona plástica, $\cos\alpha = 0$, $p_x = 0$, $p_y = \sigma_0$). Señalemos que semejante resultado da el cálculo de G_c en el § 17.

En el caso de flujo plástico desarrollado la magnitud de la integral J ya no caracteriza el flujo de energía elástica hacia el

vértice de la grieta y, a pesar de que como antes, el criterio de destrucción (75) se conserva, no obstante la fórmula (76) se convierte en incorrecta.

En resumidas cuentas indiquemos que para utilizar la condición (75) es necesario tener un valor de J_{Ic} determinado experimentalmente. Esta magnitud a veces se denomina *viscosidad elástico-plástica de la destrucción*. El criterio que se analizó aquí se hace eficaz para las deformaciones plásticas considerables que ocupan un volumen grande del cuerpo. El mérito principal de la integral J es la independencia del contorno de la integración que permite considerar (aunque sea de modo algo arbitrario) que la invariancia respecto al camino de integración significa también la invariancia al pasar de la muestra al artículo. En otras palabras, el valor crítico de la integral J (viscosidad elástico-plástica de la destrucción J_{Ic}) que se determina en la muestra, se considera igual para la pieza a calcular.

§ 19. ¿Mecánica de la destrucción? ¡Sí, es muy sencilla!

Estoy seguro que Ustedes habrán visto folletos con semejantes nombres, donde se intenta convencernos de que sin gran trabajo se puede arreglar el televisor, construir un planeador delta, cultivar la aguaturma, etc. No pretendo en convencerles de que la mecánica de la destrucción es comprensible para cualquier escolar de la enseñanza pri-

maria, pero sí que cualquier estudiante de la Escuela Técnica Superior puede calcular una pieza real que siempre contiene defectos, y ya no hablemos de los ingenieros, y en general de la gente, que estudió en el Instituto la resistencia de los materiales. Con la particularidad de que el cálculo, aplicando la mecánica de la destrucción, no es más difícil que el cálculo tradicional de la resistencia mecánica. Me esmeraré en demostrarlo mediante ejemplos reales y sencillos.

Ejemplo 1.

En un panel de aluminio con una anchura $b = 2$ m y grosor $h = 100$ mm se detecta una grieta transparente plana en la costura soldada. El panel está cargado por un esfuerzo $F = 1400$ tf, la grieta de longitud $l = 20$ mm se encuentra perpendicularmente a la parte central del panel. El material es una aleación a base de aluminio 5083-0 con una viscosidad de destrucción de 25 $\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$. ¿Es peligroso explotar semejante panel?

Solución. La longitud de la grieta es pequeña en comparación con la anchura del panel. Calculemos el coeficiente de la intensidad de las tensiones según la fórmula $K_I = \sigma\sqrt{\frac{\pi}{2}l}$. El criterio de la destrucción frágil $K_I = K_{Ic}$ determina la dimensión crítica de la grieta:

$$l_c = \frac{2K_{Ic}^2}{\pi\sigma^2}. \tag{78}$$

Antes de poner los valores numéricos concretos en (78), transformemos todos los datos al sistema

SI. La fuerza $F = 1400$ **tf = 1,37·10⁷ N, la tensión**

$$\sigma = \frac{F}{bh} = \frac{1{,}37\cdot 10^7 \text{ N}}{2\cdot 0{,}1 \text{ m}^2} \approx \mathbf{69\ MPa.}$$

La fórmula (78) nos da

$$l_c \approx \frac{2\cdot(25)^2}{\pi\cdot(69)^2} \text{ m} \approx 0{,}085 \text{ m},$$

es decir, la longitud crítica de la grieta $l_c = 85$ mm, así que la grieta existente de longitud $l = 20$ mm no es crítica. No obstante, antes de confirmar la ausencia del peligro en la explotación del panel, el ingeniero debe comprender de dónde proviene la grieta y cómo creció hasta los 200 mm, si continúa su crecimiento debido a la fatiga o corrosión y cuán rápido su longitud alcanzará los 85 mm críticos.

Ejemplo 2.
Una grieta transversal de longitud $l = 30$ mm se detectó en la tabla inferior de la viga portagrúa de acero, cuya anchura $b = 254$ mm, La viga se explota a una tensión máxima de tracción $\sigma = 172$ MPa, ¿Es la explotación peligrosa si la viscosidad de la destrucción del acero $K_{Ic} \approx \approx 165$ MPa·m$^{1/2}$?

Solución. Es obvio que la verificación puede realizarse de dos maneras: 1) Calculemos $K_I = = \sigma\sqrt{(\pi/2)\,l} = 172\sqrt{\pi\cdot 0{,}015}$ MPa·m$^{1/2}$ $\approx \approx 37{,}3$ MPa·m$^{1/2}$. Comparemos el valor hallado con la viscosidad de la destrucción. Dado que K_I es mucho menor que K_{Ic}, consideramos que la viga no ofrece ningún peligro, pero claro que con las restricciones mencionadas en el ejemplo 1.

2) Calculemos la longitud crítica del defecto según la fórmula (78):

$$l_c = \frac{2\cdot(165)^2}{\pi\cdot(172)^2} \approx 568 \text{ mm},$$

o sea, la longitud de la grieta existente es casi 20 veces inferior a la crítica.

Ahora miremos cómo hay que tener en cuenta las dimensiones finales de la pieza e introducir la corrección para la zona plástica en el vértice de la grieta. Para tomar en consideración la geometría real del cuerpo tomamos de la tabla 2 el factor correspondiente de la K-calibración Y, por ejemplo, para la franja con una anchura b y corte lateral de longitud l

$$K_I = Y \cdot \sigma \sqrt{l}, \qquad (79)$$

donde

$$Y = 1{,}99 - 0{,}41\lambda + 18{,}70\lambda^2 - 38{,}48\lambda^3 + 53{,}85\lambda^4,$$

y $\lambda = l/b$ es la profundidad relativa del corte. La fórmula (79) ofrece una buena precisión incluso hasta $\lambda = 0{,}7$. La corrección de Irwin para la plasticidad del material consiste en el aumento ficticio de la longitud de la grieta en una magnitud pequeña igual, aproximadamente, al radio de la zona plástica en el vértice de la grieta.

Volvamos al ejemplo 2 analizado sobre la viga portagrúa y supongamos esta vez que

1) la grieta transversal en la tabla inferior no está en el medio de la viga, sino se halla al borde de ésta,

2) la grúa debe funcionar al aire libre, pero según el boletín meteorológico durante el trabajo en el turno nocturno la temperatura puede descender hasta cero grados. En el manual hallamos que para semejante temperatura la viscosidad de la destrucción se reduce hasta 60 $\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ y el límite de fluidez, hasta 480 MPa.

En el ejemplo dado la profundidad relativa de la grieta $\lambda = l/b = 0{,}12$, para esta profundidad el factor de la K-calibración Y según la tabla 2 es igual a

$$Y = 1{,}99 - 0{,}41 \cdot 0{,}12 + 18{,}70 \cdot (0{,}12)^2 - \\ - 38{,}48 \cdot (0{,}12)^3 + 53{,}85 \cdot (0{,}12)^4 = \\ = 1{,}99 - 0{,}049 + 0{,}269 - 0{,}066 + \\ + 0{,}011 = 2{,}15.$$

Aplicando la fórmula (52), calculemos la corrección de Irwin para la plasticidad

$$r = \frac{1}{2\pi} \cdot \left(\frac{60}{480}\right)^2 \text{ m} \approx 2{,}5 \text{ mm}.$$

Verifiquemos de nuevo la seguridad de la viga con dos métodos

$$1)\ K_I = Y \cdot \sigma \sqrt{l + r} =$$

$$= 2{,}15 \cdot 172 \sqrt{0{,}03 + 0{,}0025} \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2} \approx$$

$$\approx 66{,}7 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}.$$

(¡Recuerden que por la *noche* la viscosidad de la destrucción del acero puede reducirse hasta 60 MPa·m$^{1/2}$!)

$$2)\ l_c = \left(\frac{K_{Ic}}{Y \cdot \sigma}\right)^2 \approx \left(\frac{60}{2{,}15 \cdot 172}\right)^2 \text{ m} \approx 26{,}3 \text{ mm}.$$

(¡Recuerden que en la viga se detectó una grieta de longitud $l = 30$ mm!). Los dos cálculos testimonian que por la noche la viga portagrúa funcionará al borde de la catástrofe. Claro que el presente ejemplo es convencional en sentido que la viscosidad de la destrucción de las vigas portagrúas reales debe ser bastante elevada también a temperaturas bajas, digamos, 20° inferior a la temperatura mínima de servicio.

La durabilidad de fatiga se predice con mayor dificultad, pero *no mucho* más. Para describir el incremento de la grieta de fatiga se utiliza con más frecuencia la ley de Paris (83) del § 21. Con ayuda de la fórmula (79) expresemos la amplitud de la variación del coeficiente de la intensidad por un ciclo de cargamento

$$\Delta K = Y \cdot \Delta\sigma \cdot \sqrt{l} \qquad (80)$$

a través de $\Delta\sigma = \sigma_{máx} - \sigma_{mín}$, o sea, la amplitud de la variación de las tensiones por un ciclo de cargamento. Para buscar las dependencias

entre L y N es necesario **poner (80) en (83) en el** § 21

$$\frac{dl}{dN}=A\,(Y\cdot\Delta\sigma\,\sqrt{l})^n$$

e integrar

$$\int_{l_0}^{l}\frac{dl}{Y^n l^{n/2}}=A\,(\Delta\sigma)^n\,N. \qquad (81)$$

Partiendo del criterio de la destrucción frágil $K=K_c$, hallamos la longitud crítica l_c, mientras que la durabilidad N_c se obtiene sustituyendo l_c por l en la fórmula (81). En el caso general Y depende de l (véase la tabla 2) y resulta difícil integrar (81). Por eso hemos simplificado el problema, tomando la corrección de calibración $Y=$ const. Entonces la integral indeterminada *en (81) se convierte en la de tabla* *):

$$l_0^{\left(1-\frac{n}{2}\right)}-l^{\left(1-\frac{n}{2}\right)}=\left(\frac{n}{2}-1\right)A\,(Y\Delta\sigma)^n\,N. \qquad (82)$$

Examinemos un ejemplo concreto.

Ejemplo 3.
La exploración con métodos de control no destructivo permitió descubrir en una barra de anclaje de la prensa de extrusión una grieta superficial de profundidad $l=4{,}5$ mm. El diámetro de la barra de acero es de 300 mm, en cuatro barras semejantes se distribuye por igual un esfuerzo de 1850 t que se desarrolla en cada ciclo de la prensa. Consideraremos que al mes la cantidad de cargamentos es, aproximadamente, igual a 9600 y la profundidad crítica de la grieta es de unos 60 mm.

---

*) $\int x^k\,dx=\frac{x^{k+1}}{k+1}+\text{const.}$

Supongamos que del experimento se establece la ley del incremento de la grieta de fatiga

$$\frac{dl}{dN} = 1{,}7\cdot10^{-11}\,(\Delta K)^{3,5}\,\frac{\text{mm}}{\text{ciclo}},$$

si ΔK se mide en $N\cdot mm^{-3/2}$.

La planta necesita que la prensa funcione. Pero ¿para cuánto se puede aplazar la sustitución de la barra? El ingeniero de la fábrica se encuentra ante la elección de que:

1) al cabo de 24 meses la barra se amortiza de todas maneras,

2) al cabo de 14 meses se para la prensa, ya que se aproxima el plazo de la reparación planificada,

3) el plazo más breve en que puede suministrarse una barra idéntica es de 2 meses y medio,

4) el plazo más corto de la sustitución de la barra averiada por una temporal es de unas dos semanas,

5) el funcionamiento de la prensa es inseguro, ella debe ser parada antes de la sustitución de la barra.

Solución. Pongamos todos los datos en el sistema SI. La carga máxima: 1850 tf = 18,1 MN, el área total de las secciones de la barra: $4\pi \times \times \frac{(0{,}3)^2}{2}$ m² = 0,283 m²,

la tensión máxima en las barras: 18,1/0,283 MPa ≈ 64 MPa,

la tensión mínima: 0,

la amplitud de las tensiones: $\Delta\sigma$ = 64 MPa,
la profundidad inicial de la grieta: l_0 = 0,0045 m. Según la tabla de los coeficientes de la intensidad de las tensiones (tabla 2, punto 6) hallamos que para la grieta anular superficial $Y^* = 1{,}01$ para la profundidad l_0 = 0,060 m. Con el fin de obtener la estimación inferior de la longevidad cogemos el valor máximo $Y = 1{,}88$, si la grieta no rodea totalmente la sección, su sustitución mediante la anular conduce, por lo natural, a la

estimación conservativa de la longevidad de la barra.

Así, pues, la ecuación del incremento de la grieta (82) toma el aspecto

$$(0{,}0045)^{-0{,}75} - l^{-0{,}75} = 0{,}75 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-11} (1{,}88 \cdot 64)^{3{,}5} \quad N$$

o bien

$$l = (57{,}56 - 2{,}44 \cdot 10^{-4} N)^{-1{,}33} \text{ m}.$$

Al cabo de 24 meses, es decir, al cabo de $N = 24 \cdot 9600 = 23{,}04 \cdot 10^4$ ciclos de cargamento la profundidad de la grieta será $l = 0{,}675$ m = 675 mm, lo que supera ¡casi más que el doble el diámetro de la barra! Al cabo de 14 meses, o sea, al cabo de $N = 14 \cdot 9600 = 13{,}44 \cdot 10^4$ ciclos la profundidad de la grieta será $l = 0{,}014$ m = 14 mm. Esto significa que la prensa puede funcionar tranquilamente hasta su reparación planificada, pues la profundidad crítica es $l_c = 60$ mm.

CAPÍTULO IV.

Tareas especiales y algunas aplicaciones de la mecánica de la destrucción

§ 20. Destrucción retardada

Las causas más propagadas de la destrucción de las construcciones son el incremento paulatino de las pequeñas grietas iniciales hasta lograr su longitud crítica. Tiene lugar la denominada *destrucción retardada* en condiciones de las tensiones de funcionamiento no altas que finaliza con una destrucción frágil catastrófica, claro que si no se efectúa la parada y la reparación de la construcción a tiempo. Queramos o no, pero el periodo del funcionamiento de la construcción con una grieta creciente ocupa una parte considerable de su vida antes de destruirse (fig. 83).

Claro que los mecanismos de la destrucción retardada son distintos para diferentes materiales, cargas, condiciones de explotación, etc. A los tipos más difundidos de la destrucción retardada pertenece, por ejemplo, la destrucción de fatiga, la destrucción originada por la acción de los medios agresivos, la destrucción en condiciones de fluencia, la destrucción prolongada de los materiales polímeros viscoelásticos, así como sus combinaciones, como la destrucción de fatiga en un medio corrosivo. Un lugar central en todas las investigaciones

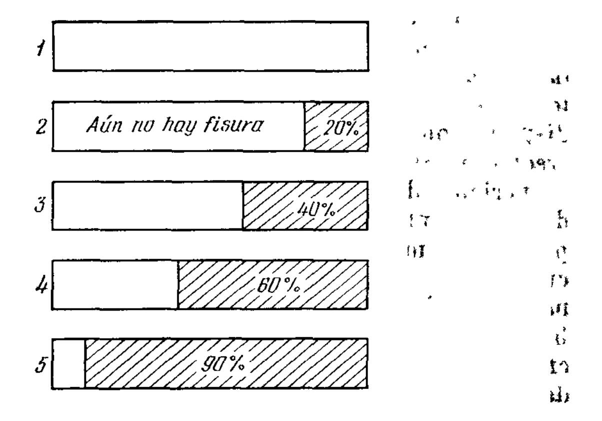


Fig. 83. Duración relativa del proceso de una destrucción de fatiga después de surgir cierta grieta (está rayada) en tanto por ciento con respecto a la durabilidad general de la muestra: *1*, caso ideal del material homogéneo y del cargamento homogéneo (sin formar grietas); *2*, una muestra suave en el aire; *3*, una muestra cortada en el aire; *4*, una muestra suave en agua dulce; *5*, una muestra suave en la solución del *3* por 100 de HCl.

de la destrucción retardada lo debe ocupar el estudio del incremento de las grietas, ya que precisamente ellas provocan la gran concentración de las tensiones que acelera todos los procesos que anticipan la destrucción.

Señalemos que en la etapa inicial del proceso de destrucción casi siempre se observa la aparición y acumulación paulatina de los microdefectos, cuyas dimensiones son comparables con las dimensiones carac-

terísticas de la microestructura (por ejemplo, con el tamaño de un grano). Semejante periodo llamado *periodo de origen de la grieta* o *periodo* de incubación finaliza, localizando el proceso de la destrucción dispersa con la aparición de una macrogrieta creciente. Si en el cuerpo había un corte, el periodo de incubación será el periodo desde la aplicación de la carga hasta la puesta en marcha de la grieta. Con frecuencia la parte principal de la vida de una pieza la ocupa no el periodo de incubación, sino el periodo posterior de un incremento casiestático lento de la grieta desde el tamaño inicial hasta el crítico, de lo que, por regla general, trataremos en lo sucesivo. No es muy agradable hablar sobre la etapa final del crecimiento dinámico de la grieta, pues frecuentemente ya es una catástrofe que es necesario prevenir. En cambio, la destrucción dinámica debe estudiarse también minuciosamente y no sólo para buscar al culpable de la avería después de analizar los restos, sino que para elaborar las medidas de hacer parar las grietas rápidas, pues es de gran importancia el hecho de si el conducto de gas revienta en una sección de un kilómetro o la grieta se para, recorriendo sólo un metro.

§ 21. Incremento de las grietas de fatiga

Ya hemos hablado sobre el científico alemán Wöhler y sobre el fenómeno de fatiga descubierto por él. La curva de Wöhler muestra el enlace entre la amplitud de las cargas

cíclicas aplicadas y la duración del elemento de construcción, pero no dice nada sobre el fenómeno del desarrollo lento de las grietas en ese proceso, mientras que precisamente el incremento de las grietas de fatiga hasta la dimensión crítica conduce a la destrucción de los elementos de las construcciones cargadas cíclicamente.

Es necesario diferenciar la destrucción de fatiga corriente a un nivel bajo de tensiones o la llamada *fatiga multicíclica* y la destrucción en el transcurso de una cantidad relativamente pequeña de ciclos de aplicación de unas tensiones suficientemente altas, es decir, el caso *de una fatiga de pocos ciclos*. En el primero de los casos los microprocesos de la destrucción se localizan en una zona pequeña en el vértice de la grieta y se determinan por los campos asintóticos de las tensiones y deformaciones y, por lo tanto, la velocidad del movimiento de la grieta debe depender de los coeficientes de la intensidad de las tensiones. Mientras que en el segundo de los casos la zona de las deformaciones plásticas no es pequeña y para describir el proceso del desarrollo de la grieta se debe examinar una sucesión de pasos de cargamento e incremento de las grietas.

En el presente párrafo hablaremos sobre la destrucción de fatiga corriente. Un interés peculiar representa la estimación de la durabilidad por la cantidad de ciclos del cargamento variable en la etapa de incremento de la grieta (es decir, la definición

de la cantidad de ciclos al aumentar la longitud de la grieta desde el valor inicial l_0 hasta el crítico l_c). Desde el punto de vista teórico el estudio de los parámetros responsables por el proceso de crecimiento de la grieta y que participan en las ecuaciones de cálculo permite penetrar con mayor profundidad en la naturaleza mecánica de los procesos que transcurren en las inmediaciones de la grieta creciente. Desde el punto de vista práctico la estimación de la durabilidad es importante para las aplicaciones, por ejemplo, al calcular el recurso de las piezas.

Durante un tiempo bastante largo para estimar las velocidades del incremento de las grietas de fatiga se utilizaban las fórmulas empíricas en las que no participaban las características de la mecánica de la destrucción. En cambio, sólo la introducción del coeficiente de la intensidad de las tensiones en el número de parámetros (que influyen sobre la propagación de la grieta) permitió razonar sobre las regularidades generales del incremento de la grieta durante el cargamento repetido (cíclico). Ello es natural, ya que el crecimiento de la grieta de fatiga transcurre en el fondo de las deformaciones elásticas cuando son válidos los criterios de la mecánica lineal de la destrucción.

Teniendo eso en cuenta, se obtuvo una cantidad bastante grande de diferentes dependencias para la velocidad del incremento de la grieta, pero todas ellas se desprenden

prácticamente de la fórmula de P. Paris (1965) que se fundamenta en que todos los fenómenos en el extremo de la grieta, así como la velocidad dl/dN de su propagación dependen del coeficiente de la intensidad de las tensiones. Esta fórmula se escribe de la siguiente manera:

$$\frac{dl}{dN} = A\,(\Delta K)^n. \qquad (83)$$

Aquí A y n son coeficientes empíricos, $\Delta K = K_{\text{máx}} - K_{\text{mín}}$ es la diferencia (la amplitud) del coeficiente de la intensidad de las tensiones durante un ciclo de cargamento, N, la cantidad de ciclos. Las numerosas investigaciones experimentales confirman bien dicha fórmula, con la particularidad de que el índice del orden n para diferentes materiales se halla en el intervalo de 2 a 7 (con más frecuencia $n = 4$). Cuanto más frágil es el estado del material durante la prueba, tanto mayor es el índice n. El propio Paris escribió más tarde con respecto a la fórmula (83): «¡Es curioso que una ley tan sencilla pueda describir los datos para los materiales con una microestructura tan diferente! Por lo visto, el mecanismo del incremento de la grieta para todos ellos es el mismo sin depender de las peculiaridades de la microestructura del material».

La fórmula de Paris describe una sección media (lineal) mediante un diagrama completo de la destrucción de fatiga que en la mayoría de los casos tiene una forma en S

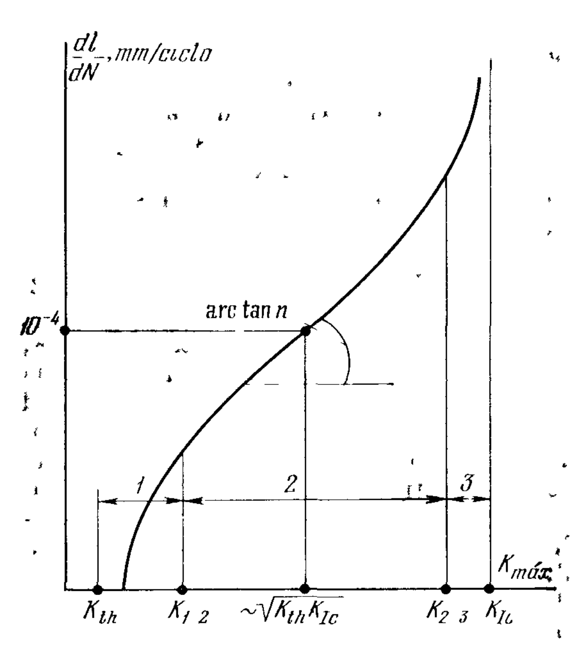


Fig. 84. Diagrama de una destrucción de fatiga en coordenadas logarítmicas (esquema):

1 y *3*, zonas de velocidades altas y bajas del crecimiento de la grieta; *2*, zona de validez de la fórmula de Paris.

(fig. 84). Las desviaciones que se observan respecto a esta forma están relacionadas, por lo general, con las condiciones complejas de cargamento (medios activos). Para describir un diagrama completo de la destrucción de fatiga se ofrece, verbigracia, la expresión

$$\frac{dl}{dN}=C_0\left(\frac{K_{\text{máx}}-K_{\text{th}}}{K_{\text{c}}-K_{\text{máx}}}\right)^q. \qquad (84)$$

En este caso C_0 y q son magnitudes empíricas, K_{th} es *el coeficiente de umbral de la intensidad de tensiones* *), K_c, la viscosidad de la destrucción. Se supone que si $K_{máx} \leqslant \leqslant K_{th}$, la grieta no crece.

Las fórmulas (83) y (84) se utilizan tanto para la fatiga corriente (multicíclica), como para la fatiga de pocos ciclos. Es obvio que eso es cómodo, pero al mismo tiempo es necesario tener ciudado al manipular con los coeficientes empíricos. Y es que las regularidades del mecanismo del fenómeno de fatiga son diferentes para las fatigas multicíclica y de pocos ciclos. Estas diferencias incluso pueden conducir a la descontinuidad de la curva de Wöhler (la dependencia entre $\sigma_{máx}$ del ciclo y N) en la zona de la resistencia limitada a la fatiga. En uno de los casos la grieta se extiende por el cuerpo del grano y en el otro, por su frontera. En este caso las características de su resistencia mecánica a la fatiga deben depender de la estructura del material. Por esta razón hay que tener en cuenta la posible dependencia entre los coeficientes empíricos y el nivel de las tensiones máximas del ciclo.

§ 22. Destrucción para la fatiga de pocos ciclos

Al estirar las muestras planas con una grieta central transparente, antes de presentarse

*) La designación K_{th} está ligada con la palabra inglesa «*threshold*» que significa umbral.

el estado crítico de equilibrio (cuando la grieta comienza a extenderse con rapidez y en avalancha siendo la carga exterior constante), se observa casi siempre una etapa del incremento estable lento subcrítico de la grieta. Este crecimiento lento de la fisura, conocido tan bien por los experimentadores, conduce a que la longitud crítica de la grieta l_c supera la longitud inicial l_0 en un 30, 50 y, a veces, en un 100 por 100 en dependencia de las propiedades del material y la longitud de la grieta inicial. La función entre la tensión en la sección no debilitada de la muestra y la longitud de la grieta estable se acostumbra llamar *diagrama subcrítico de la destrucción.* A la etapa del lento incremento de la fisura se le otorga tanta importancia que, al investigar las propiedades mecánicas de los materiales, se supone complementar los diagramas de deformación por los diagramas de destrucción.

El diagrama subcrítico de destrucción es de por sí una característica del material del grosor dado que estima la capacidad del material de frenar la grieta. Este diagrama refleja el proceso de destrucción, mientras que en los diagramas habituales de deformación la etapa de destrucción se señala solamente por las coordenadas del punto extremo. Esta información es insuficiente para valorar una fase tan importante del proceso de resistencia del material a la influencia de la carga exterior, como es la fase de destrucción. A la par con ello, el

período del incremento lento de la fisura no se describe mediante las teorías, examinadas antes (§ 14 y § 17). Exponemos brevemente las teorías existentes del crecimiento subcrítico de la grieta.

El primer intento de describir de modo matemático el incremento subcrítico de la grieta fue hecho por G. R. Irwin. La idea consistía en que, al crecer la fisura, cambia también la resistencia a ese incremento en forma *de trabajo de la destrucción* R *). En cada momento corriente la energía que se libera G en estado estable es igual al trabajo R.

El desarrollo posterior de dicho método consiste en la suposición de que la curva R es la característica del material, con la particularidad de que la forma de esta curva depende del crecimiento de la grieta (pero no de su longitud inicial). La forma de la curva R experimental determina el carácter del incremento subcrítico de la grieta. La fig. 85 muestra cómo se puede obtener mediante la curva R el diagrama subcrítico de destrucción o, al contrario, cómo, sabiendo del experimento el diagrama de destrucción se obtiene la densidad de energía

*) *El trabajo de destrucción* R se mide por el trabajo que es necesario gastar para que la grieta se mueva a una unidad de longitud en cierta muestra de un grosor dado t. Es útil indicar que R se diferencia de la intensidad conocida del trabajo de destrucción (o viscosidad de destrucción) $2\gamma = G_c$, ya que el último se determina al comenzar la rápida extensión de la fisura, En este caso es válida la desigualdad $0 \leqslant R \leqslant 2\gamma t$.

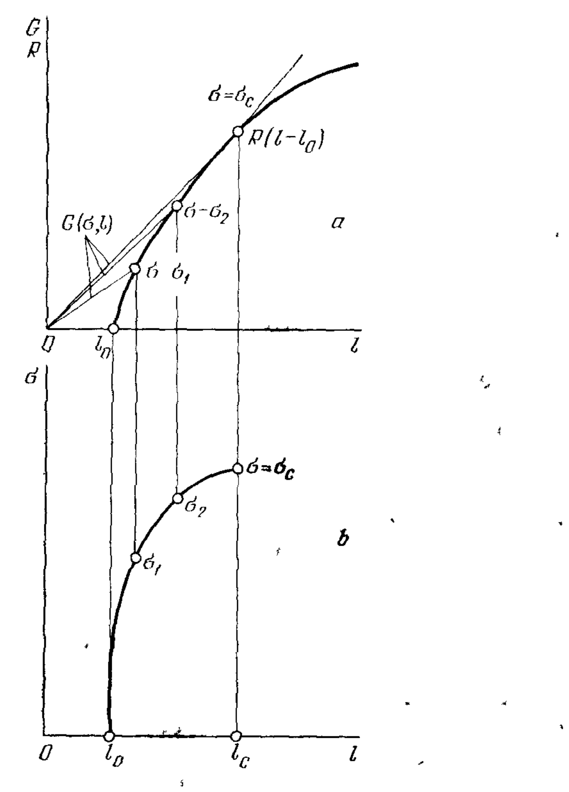


Fig. 85. Enlace de la curva R (a) con el diagrama subcrítico de la destrucción (b).

de la destrucción en función del incremento de la longitud de la grieta. Conociendo la K-calibración ($K_I = \sigma\sqrt{l}\cdot Y\ (l/b)$) y la fórmula (57) en el § 14, construimos para cada

valor fijo de σ una curva

$$G = G(\sigma, l) = \sigma^2 l Y^2 (l/b)/E. \tag{85}$$

(En el caso de la grieta de Griffith en un plano ilimitado será una recta $G = \sigma^2 \pi l/E$.)

La intersección de la curva (85) con la curva R:

$$G(\sigma, l) = R(l - l_0) \tag{86}$$

determina el incremento de la fisura para el valor dado de σ. El estado crítico tiene lugar para tal σ_c, para el que la curva G roce la curva R. La condición de tangencia

$$\frac{dG}{dl} = \frac{dR}{dl}$$

determina la longitud crítica l_c de la grieta.

De las ecuaciones que describen los diagramas subcríticos de la destrucción pueden obtenerse también las características de la durabilidad, siendo la carga estática repetida, o, conforme a la terminología moderna, siendo la fatiga de pocos ciclos. Para ello en el primer ciclo el diagrama de destrucción se confecciona hasta la carga que corresponde a la tensión máxima del ciclo $\sigma_{máx}$. En este caso la longitud de la grieta aumenta y esta nueva longitud debe considerarse inicial para calcular el diagrama subcrítico en el siguiente ciclo. Por lo tanto, la condición de frontera para calcular la curva integral de la ecuación diferencial en el diagrama subcrítico de la destrucción en el i-ésimo ciclo será $\sigma = \sigma_{mín}$ para $l = l_{i-1}$ ($i = 1, 2, \ldots$). La familia de los diagramas

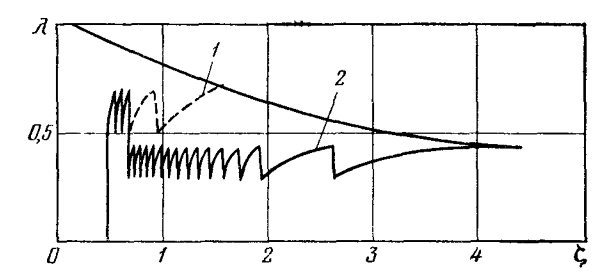


Fig. 87. Crecimiento de la grieta en la placa durante la tracción cíclica con *el coeficiente constante de asimetría del ciclo* $R = \lambda_{mín}/\lambda_{máx}$:

1, el incremento de la grieta, siendo constantes $\lambda_{máx} = 0{,}7$ y $\lambda_{mín} = 0{,}49$, es decir, $R = 0{,}7$; 2, primero la grieta crecía para $\lambda_{máx} = 0{,}7$ y $\lambda_{mín} = 0{,}49$ permanentes ($R = 0{,}7$), luego para los valores constantes de $\lambda_{máx} = 0{,}45$ y $\lambda_{mín} = 0{,}32$ ($R = 0{,}7$). ξ es la longitud adimensional de la grieta y λ, la carga adimensional.

Un régimen semejante del incremento subcrítico de la grieta tuvo lugar, por lo visto, en un caso bastante tragicómico que narró el catedrático J. Conn de Glasgow. Un cocinero de buque descubrió en el suelo de acero de la cocina de un buque de carga una grieta grande. Los jefes del barco eludieron su comunicación y el pobre cocinero no tuvo otro remedio más que seguir observando la grieta, la cual después de cada siguiente tempestad, crecía. Él incluso señalaba con pintura los extremos de la grieta creciente. Al fin y al cabo, sucedió la catástrofe, el buque se rajo por la mitad, pero no se hundió y las señales del cocinero fueron analizadas minuciosamente, al investigar las causas de la avería.

§ 23. Cálculo de los elementos de las construcciones *para la durabilidad de fatiga*

Estudiemos las condiciones que determinan la durabilidad del elemento de la construcción en la fase del desarrollo de la grieta. Como se señaló, la cantidad de ciclos, correspondiente al incremento de la grieta desde la longitud inicial l_0 hasta la crítica l_c, determina la *durabilidad del elemento* dado *de la construcción según el número de ciclos*. Para asegurar la resistencia mecánica de la construcción la durabilidad debe superar la cantidad de variaciones de la carga prefijada. De esta manera, a la par con la estimación del material según la curva clásica de Wöhler, la mecánica de destrucción en condiciones de fatiga debe ofrecer una información esencial sobre el comportamiento del elemento de construcción con grieta. Por lo tanto, en este caso es necesario como siempre partir de que el defecto inicial en forma de grieta existe en la construcción desde el momento de su fabricación (a pesar del control de defectoscopia, el cual, como se sabe, tiene cierta tolerancia para la dimensión de los defectos no descubiertos).

La cantidad de ciclos durante los que aparece la grieta es bastante indefinida, lo que se indica de modo esquemático en la fig. 88 (zona *I*). Esos defectos iniciales pueden ser dislocaciones, microfisuras, poros y otras imperfecciones de la estructura, cuya

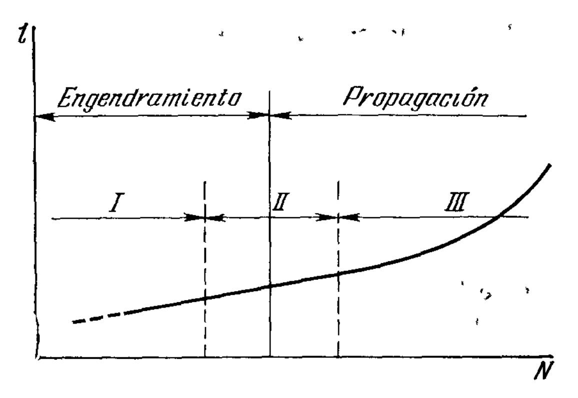


Fig. 88. Representación esquemática del engendramiento y de la propagacíon de la grieta.

determinación es complicada. La zona *II* corresponde a los defectos que pueden descubrirse con métodos ingenieriles (la magnitud concreta del defecto a detectar depende del poder resolutivo del equipo). En esta zona se encuentra la frontera que divide la zona de las grietas iniciales y la de las que se extienden. Para la zona *III* el crecimiento de la grieta se observa visualmente.

Se recomienda obedecer el siguiente orden del cálculo para la durabilidad según el número de ciclos con respecto al incremento de la grieta:

1. Basándose en la estimación cuantitativa de las posibilidades del control de defectoscopia, aclarar la longitud máxima (profundidad) de la grieta inicial que existe

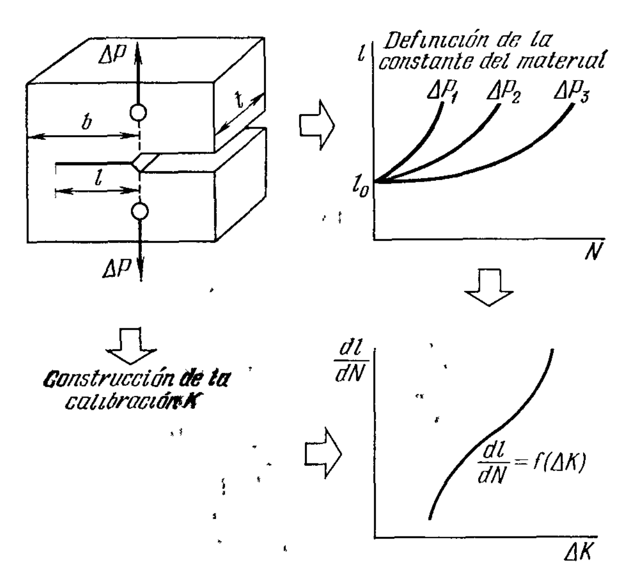


Fig. 89. Representación esquemática de la sucesión de obtener la velocidad dl/dN por los resultados del experimento.

en el elemento de construcción y elegir la expresión (fórmula) más adecuada para el coeficiente de intensidad de tensiones K.

2. Por la viscosidad de la destrucción K_c o K_{Ic} y la tensión nominal de explotación (calculada) $\sigma_{máx}$ en la sección de la grieta, hallar (según el criterio de Irwin) la longitud crítica de la grieta l_c.

3. Sabiendo las tensiones del ciclo $\sigma_{máx}$ y $\sigma_{mín}$, calcular la amplitud del ciclo $\Delta K = K_{máx} - K_{mín}$.

4. De las pruebas de laboratorio de fatiga se determinan los valores de las constantes del material en relaciones (83) ó (84) para la velocidad cíclica del incremento de la grieta dl/dN. El esquema que muestra la obtención de la dependencia empírica para dl/dN según los resultados del experimento se da en la fig. 89.

5. Conforme a las demandas, planteadas al elemento dado de la construcción, resolver una de las siguientes tareas en pronosticar el incremento de la grieta de fatiga: a) determinar la curva del incremento de la grieta $l - N$ en el elemento de la construcción, b) hallar, integrando las ecuaciones (83) ó (84) (véase el § 21) la cantidad de ciclos (la durabilidad cíclica), durante la cual la grieta inicial conocida o el defecto l_0 en el elemento de la construcción alcanza el valor crítico (prefijado) l_c.

Examinemos ahora un ejemplo bastante real de cómo se calcula la durabilidad por la cantidad de ciclos.

Una franja con una grieta que se encuentra en el borde de ésta se somete a una tracción cíclica. En este caso la amplitud del coeficiente de la intensidad de las tensiones (véase la tabla 2) es igual a $\Delta K = 1{,}12\ \Delta\sigma \sqrt{\pi l}$. El material de la franja es acero martensítico en envejecimiento A514 ($\sigma_f = 700$ N/mm², $K_{Ic} = 5300$ N/mm$^{3/2}$). La longitud inicial de la grieta $l_0 = 7{,}6$ mm; los parámetros del ciclo de cargamento $\sigma_{máx} = 320$ N/mm²,

$\sigma_{mín} = 175$ N/mm², $\Delta\sigma = \sigma_{máx} - \sigma_{mín} = 145$ N/mm². Supongamos que el tratamiento de los resultados de las pruebas de fatiga de las muestras hechas del mencionado acero, conforme a la fórmula de Paris nos da

$$\frac{dl}{dN} = 3{,}553 \cdot 10^{-13} \cdot (\Delta K)^{2{,}95} \frac{\text{mm}}{\text{ciclo}},$$

si ΔK se mide en $\text{N/mm}^{-3/2}$.

La longitud crítica de la grieta se determina conforme con el criterio de Irwin $K_{máx} = K_{Ic}$:

$$l_c = \left(\frac{K_{Ic}}{1{,}12\sigma_{máx}\sqrt{\pi}} \right)^2 \approx 70 \text{ mm}.$$

Integrando la ecuación de Paris, obtenemos que para la extensión de la grieta desde $l_0 = 7{,}6$ mm hasta $l_c = 70$ mm son necesarios 82 000 ciclos.

Si se requiere que la construcción aguante, digamos, 100 000 ciclos, el constructor tiene a su disposición las siguientes vías de asegurar la durabilidad dada.

1. Aumentar la longitud crítica de la grieta l_c, usando un material con un valor más elevado de K_{Ic} o reduciendo la tensión de cálculo $\sigma_{máx}$.

2. Disminuir la amplitud de las tensiones $\Delta\sigma$ para reducir ΔK y, por lo tanto, para disminuir la velocidad del incremento de la grieta. Ello provoca un aumento correspondiente de la cantidad de ciclos al crecer la grieta desde l_0 hasta l_c. La velocidad dl/dN está ligada con $\Delta\sigma$ de modo

no lineal y una pequeña variación de $\Delta\sigma$ provoca un cambio bastante grande de dl/dN.

3. Cambiar la tecnología y el control de la construcción para disminuir la longitud inicial de la grieta l_0. De la fig. 89 se ve que la aportación mayor en la durabilidad la da la zona de pequeñas longitudes de las grietas. Por eso una disminución pequeña de la longitud inicial de la grieta debe provocar un incremento considerable de la durabilidad.

En el ejemplo en cuestión la reducción de la longitud inicial de la grieta hasta $l_0 = 4{,}7$ mm conduce al aumento de la durabilidad en 20 700 ciclos, durante los cuales la fisura crece desde 4,7 hasta 7,6 mm. La durabilidad sumaria en este caso resulta ser igual a 102 700 ciclos.

§ 24. Mecánica de la destrucción corrosiva

Al principio de los años 70 comenzó un desarrollo intenso de un apartado especial de la mecánica de la destrucción dedicado a las cuestiones de la resistencia a las grietas por parte de los metales y aleaciones en las condiciones de acción conjunta de los medios corrosivos y las cargas duraderas. Las primeras investigaciones de la resistencia al incremento de las grietas corrosivas, empleando los coeficientes de la intensidad de las tensiones, se referían a un cargamento estático prolongado (agrietamiento por corrosión). Se demostró que semejantes medios

(que se consideran por tradición poco activos), tales como el agua, los alcoholes, etc., provocan un incremento subcrítico de las grietas en los aceros de alta resistencia para los valores del coeficiente de la intensidad de las tensiones K mucho menores de la viscosidad de la destrucción K_{Ic}. En lo sucesivo la influencia esencial de los medios corrosivos sobre el crecimiento subcrítico de la grieta fue comprobada también para una serie de otras aleaciones de alta resistencia mecánica. Los medios corrosivos disminuyen en gran cantidad la durabilidad de fatiga de los materiales de construcción, en primer lugar, a causa de la aceleración del proceso de extensión de las grietas existentes. Eso testimonia sobre la necesidad de tener en cuenta la influencia de los medios de funcionamiento sobre el incremento de fatiga de las grietas durante el diseño ingenieril.

En las primeras etapas de desarrollo de la mecánica de la destrucción corrosiva la resistencia a las grietas se estimaba, por lo general, siendo las cargas estáticas, por las dependencias entre la durabilidad de las muestras con grietas artificiales y los valores del coeficiente de la intensidad de las tensiones en el momento inicial de la prueba (K_0 ó K_{I0}). Al disminuir K_0, el tiempo hasta la destrucción de las muestras aumenta. Basándose en semejante diagrama, se determina el valor de K_{scc} ó K_{Iscc}, más bajo del cual el incremento subcrítico de la grieta está ausente. La magnitud

K_{Iscc} es un parámetro importante del sistema material—medio *), que permite calcular las tensiones admisibles en la construcción que contiene defectos en forma de grietas de tamaños definidos y se somete a una influencia mutua de las cargas estáticas duraderas y los medios corrosivos. Esta magnitud es un parámetro sensible a la estructura, sus bajos valores son característicos para los materiales de baja plasticidad y alta resistencia mecánica (para los cuales K_{Iscc} puede ser varias veces inferior a los valores de K_{Ic}). Reduciendo la resistencia mecánica y aumentando la plasticidad, K_{Iscc} crece (fig. 90) y alcanza el valor de K_{Ic}, lo que muestra la insensibilidad del material a la influencia del medio corrosivo.

La durabilidad de las muestras consta de un período de incubación y uno de incremento subcrítico de las grietas. El período de incubación es el tiempo desde la aplicación de la carga a la muestra hasta el comienzo del incremento subcrítico de la grieta, cuando la velocidad supera $4 \times \times 10^{-10}$ mm/s. Este período que se observa, verbigracia, al someter a prueba los materiales plásticos depende del coeficiente inicial de la intensidad de las tensiones y aumenta con su reducción. Para los metales de alta resistencia mecánica los procesos,

*) La designación K_{Iscc} está relacionada con las palabras inglesas *corrosión cracking* (agrietamiento por corrosión bajo tensión).

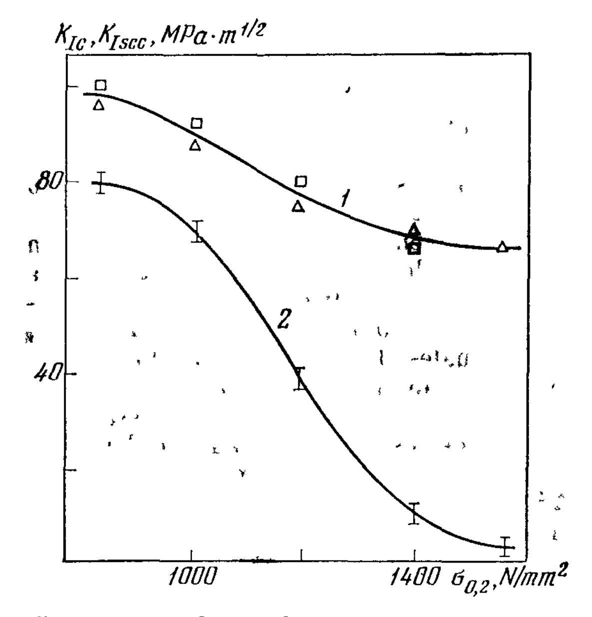


Fig. 90. Dependencia de K_{Ic} (línea *1*) y K_{Iscc} (línea *2*) respecto al límite de fluidez del acero *AISI* 4340 al ensayar en el agua de mar (en la figura se dan los puntos experimentales).

que condicionan el incremento subcrítico de la grieta, están localizados en una zona pequeña en su vértice, donde el estado de deformación tensa, como sabemos, se determina por un parámetro K, que es el coeficiente de la intensidad de las tensiones. Por eso a título de fórmula de cálculo para determinar el tiempo del crecimiento crítico de la grieta sirve la dependencia entre la velocidad del incremento de la grieta

v y el coeficiente de la intensidad de las tensiones K:

$$\frac{dl}{dN} = v(K),$$

cuya gráfica se denomina *diagrama cinético de la destrucción*.

La resistencia a las grietas por corrosión de los metales y aleaciones se estima para el cargamento cíclico, basándose, generalmente, en los *diagramas cinéticos de fatiga*, en los cuales, lo mismo que en los experimentos en los medios inertes, la velocidad de extensión de la grieta se expresa como función de los valores de amplitud para el coeficiente de la intensidad de las tensiones ΔK (a veces del valor máximo del coeficiente de la intensidad de las tensiones durante el ciclo de cargamento $K_{máx}$). De la sección inicial del diagrama cinético se determina el valor de umbral de amplitud ΔK_{thc} del par metal—medio a investigar para ciertas condiciones de las pruebas (la frecuencia y forma del ciclo de cargamento).

En algunos casos poseen una tendencia del incremento corrosivo de las grietas los materiales de construcción con resistencia mecánica relativamente baja, para los cuales se recomienda estimar la resistencia a las grietas desde las posiciones de la mecánica no lineal de la destrucción. En la actualidad a título de semejante enfoque para estudiar el agrietamiento por corrosión de los aceros de cuerpo se utiliza el método de la integral J. La aplicación del método consiste en

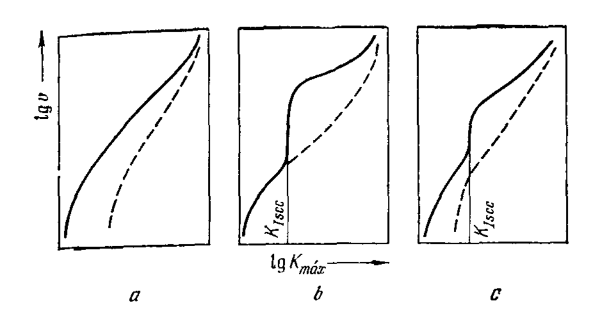


Fig. 91. Tipos fundamentales de los diagramas de la destrucción por corrosión y de fatiga. Los diagramas para los ensayos en medio inerte se designan mediante rayas.

la confección de *las curvas de la resistencia prolongada a las grietas* en coordenadas «nivel inicial J_{I0} es el tiempo antes de la destrucción. Usando la analogía con K_{Iscc} y basándose en semejante dependencia, se determina el valor de umbral de la integral J, J_{Iscc} o sea, bajo el cual se comprende el nivel máximo de J_{I0} en ausencia del incremento subcrítico de la grieta.

Los tipos fundamentales de los diagramas cinéticos del incremento de fatiga y corrosión de las grietas se representan en la fig. 91. De la figura se ve que los medios corrosivos pueden cambiar esencialmente la configuración de los diagramas propia a los experimentos en un medio inerte. Para las aleaciones que no son propicias al agrietamiento por corrosión, el diagrama cinético tiene una forma en *S* (fig. 91, *a*) y la

reducción de la frecuencia de cargamento lo desplaza hacia las velocidades más elevadas del crecimiento. En los diagramas de las aleaciones sensibles a la influencia de las cargas estáticas prolongadas y los medios corrosivos, para $K_{máx} = K_{Iscc}$ se observa una brusca aceleración del incremento de la grieta (fig. 91, *b*, *c*) con la posterior salida a una sección en pendiente suave o incluso horizontal, en dependencia de qué tipo de diagrama es característico para el agrietamiento estático del sistema dado.

Se diferencian tres mecanismos fundamentales de la influencia de los medios corrosivos sobre la resistencia a las grietas de los materiales de construcción: *la reducción de adsorción de la resistencia mecánica, fragilidad hidrogénica y solución corrosiva.*

La adsorción de las substancias tensoactivas en la superficie de un material de alta tensión en el extremo de la grieta conduce a la reducción de la energía superficial y al facilitamiento de la destrucción (efecto Rebinder). La influencia de adsorción puede utilizarse con éxito para elevar la eficacia del tratamiento de los metales. De ello se tratará en lo sucesivo al discutir los aspectos útiles de la destrucción, ahora sólo indicamos que de los tres mecanismos principales, precisamente, la influencia de adsorción es la dominante, siendo los valores del coeficiente de la intensidad de las tensiones grandes, cuando debido a las elevadas velocidades del incremento subcrítico de la

grieta los demás mecanismos no tienen tiempo de manifestarse.

Es bien conocido que la influencia de la humedad sobre los metales conduce a la corrosión y destrucción. Este problema es muy antiguo y surgió ya cuando el hombre aprendió a fundir el metal. En la actualidad adquirió un significado peculiar a causa de las numerosas averías y catástrofes, cuya causa principal era la acción de fragilidad de la humedad sobre los aceros de alta resistencia mecánica. Según las representaciones modernas, el proceso fundamental que acelera el incremento subcrítico de las grietas que conduce a las averías es la fragilidad hidrogénica de una zona pequeña en las cercanías de los vértices de las grietas que existen en el metal.

El hidrógeno atómico que siempre existe en forma pura o enlazado con las moléculas neutras (por ejemplo, en las soluciones de electrólitos y en el agua), como consecuencia de la difusión, es capaz de penetrar en cualesquiera metales. La solubilidad del hidrógeno a temperatura y presión normales es desde 10 hasta 100 cm^3 por 1 kg de metal, pero al subir la temperatura y la presión, la solubilidad crece esencialmente. La acción de fragilidad se observa ya para la concentración de 2 cm^3 por 1 kg de metal y, comenzando desde 10 cm^3 por 1 kg de metal, se considera peligrosa. Las partes más vulnerables para penetrar el hidrógeno son las secciones pequeñas de la superficie nueva

del metal que aún no están protegidas por una película de óxido.

Las pequeñas dimensiones de la zona de fragilidad hidrogénica permiten en muchos casos calcular el incremento subcrítico de la grieta, y por lo tanto, la durabilidad de la construcción metálica que está en interacción con el hidrógeno, partiendo de la dependencia entre la velocidad de la grieta y el coeficiente de la intensidad de las tensiones $dl/dt = v(K)$. Semejante dependencia llamada, generalmente, *diagrama de agrietamiento* se determina de manera experimental o teórica. Para estimar de modo teórico dicha dependencia se efectúan ante todo los cálculos de la acumulación del hidrógeno en la zona de predestrucción adyacente al vértice de la grieta. En la fig. 92 se citan los resultados de la integración de la ecuación de la difusión del hidrógeno en la proximidad del vértice de la grieta para el acero 4340 ($E = 2 \times 10^5$ N/mm^2, $\sigma_f = 1581$ N/mm^2), siendo $K = 135$ N·mm$^{-3/2}$. Ya en el transcurso de varios segundos en la zona de predestrucción se alcanza una concentración de hidrógeno C que supera esencialmente la concentración superficial C_0. Por lo general, se supone que al alcanzar la concentración crítica de hidrógeno C_{cr} a una distancia x_c delante del vértice de la grieta tiene lugar una destrucción local y la grieta crece a salto en una magnitud x_c. Haciendo uso de las curvas de cálculo de la concentración de hidrógeno, puede hallarse el intervalo entre

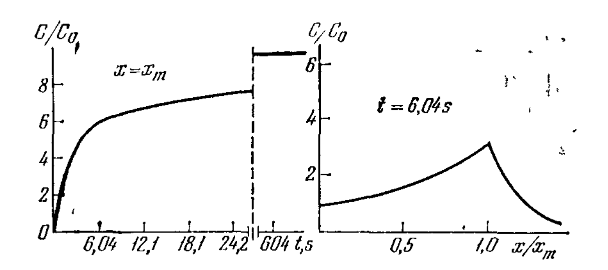


Fig. 92. Concentración del hidrógeno como consecuencia de la difusión hacia el vértice de la grieta:

a) concentración en el extremo de la zona plástica para $x = x_m = 1{,}22K^2/E\sigma_f$;

б) distribución de la concentración delante del vértice de la grieta ($x = 0$) en el momento $t = 6{,}04$ s.

los saltos y luego calcularse también la velocidad media *v* del incremento de la fisura.

Claro que la fragilidad hidrogénica no se manifiesta siempre de modo evidente, pues el cuadro puede cambiar por otros factores. Por ejemplo, el oxígeno ya en pequeña concentración es capaz de parar casi instantáneamente el incremento subcrítico de la grieta en el medio de hidrógeno, debido a la formación de una película fina de óxido que protege la superficie del metal (fig. 93). Después de cesar el ingreso de oxígeno, comienza a prevalecer el proceso de reducción del oxígeno por el hidrógeno o la disolución de la película por el agua. Desde el punto de vista práctico la influencia positiva del oxígeno ofrece un caso

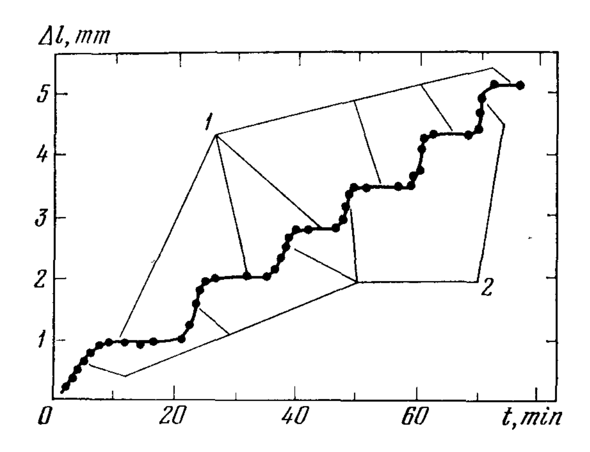


Fig. 93. Influencia del oxígeno sobre el crecimiento subcrítico de la grieta en el acero en el medio de hidrógeno humedecido (*dependencia entre el incremento de la grieta* Δl y *el tiempo* t): 1, hidrógeno humedecido con un 0,7 por 100 de oxígeno; 2, hidrógeno humedecido.

fehaciente, pues puede ser que, precisamente, esa influencia ayude a asegurar la resistencia indispensable a las grietas para los aceros de alta resistencia mecánica al aire libre. Las curvas del incremento subcrítico de las grietas en los aceros son prácticamente las mismas tanto en el gas inerte, como en el aire. Es necesario subrayar que semejante acción protectora del oxígeno se manifiesta sólo para un cargamento estático, sin influir totalmente durante el cargamento cíclico.

En la mayoría de los casos del incre-

mento corrosivo de las grietas los procesos de adsorción, fragilidad hidrogénica y la solución corrosiva están enlazados mutuamente y la aparición de unos determina la manifestación de otros. El enlace mutuo de estos procesos se complica, además, por la influencia de la estructura del metal, el tipo del estado de tensión y de las condiciones exteriores del cargamento. El estudio de semejante enlace mutuo forma la asignatura de la mecánica de la destrucción corrosiva que es una dirección científica en la unión de la mecánica de la destrucción, metalografía y resistencia química de los materiales.

§ 25. *Cinética del incremento de las grietas en los polímeros*

En la destrucción de los polímeros son característicos los efectos del tiempo que se expresan con evidencia. Los polímeros poseen propiedades viscoelásticas complejas que influeyn sobre los procesos de la acumulación paulatina de los deterioros. La resistencia mecánica del elemento polímero de la construcción disminuye con el tiempo de su estancia bajo cierta carga y, al calcular semejante elemento, se trata ante todo de la definición de su durabilidad que depende esencialmente del nivel de las cargas de funcionamiento. En los experimentos uniaxiales se descubre una incidencia brusca de la durabilidad de la muestra τ con el aumento de la tensión σ:

$$\tau = B \cdot e^{-\alpha\sigma} \quad (B,\ \alpha = \text{const}). \qquad (87)$$

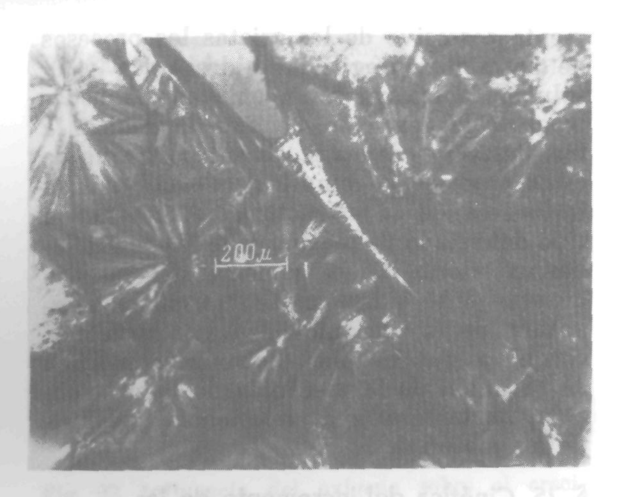


Fig. 94. Zona extremal de la grieta («*grieta de a plata*») en un polímero.

En la práctica la destrucción de la muestra ocurre mediante el engendramiento y extensión lenta de una grieta. Pueden indicarse algunas regularidades de un proceso extremadamente complejo de incremento de las grietas en los polímeros. El tiempo de engendramiento de la grieta y el *período de iniciación* (que se finaliza por la puesta en marcha de la grieta) son, por lo general, pequeños en comparación con la durabilidad de la muestra, cuya parte principal lo ocupa el período del incremento lento de la grieta. El carácter del posterior movimiento lento de la macrogrieta depende del nivel de las cargas apli-

cadas. Siendo las cargas suficientemente grandes, se observa un crecimiento autoacelerado de la fisura. Pero si las cargas no son grandes, el desarrollo de la grieta se retrasa debido a la influencia de los procesos de relajación, es decir, en varios materiales en las cercanías del extremo de la macrogrieta se forma una «*grieta de la plata*» (la zona con un endurecimiento fuerte de deformación) (fig. 94). En algunos casos la grieta puede detenerse totalmente, después de eso puede suceder el mullido del material y el posterior incremento acelerado de la grieta.

El grado de localización del proceso de destrucción, al extenderse una macrogrieta, es diferente: para las cargas grandes los procesos de predestrucción son esenciales sólo cerca del vértice de la grieta, siendo las tensiones menores, una influencia considerable sobre el incremento de la grieta principal la origina la acumulación de los deterioros en todo el volumen del polímero.

Los microdeterioros que se acumulan en los polímeros pueden detectarse directamente, aplicando los métodos de análisis radioespectral. En los experimentos, realizados por los físicos de Leningrado dirigidos por el académico S. N. Zhurkov, se descubrió la aparición en las películas polímeras cargadas de una cantidad grande de submicrogrietas en forma de disco con volúmenes del orden de 10^{-17} cm^3. Cada una de las submicrogrietas por separado no

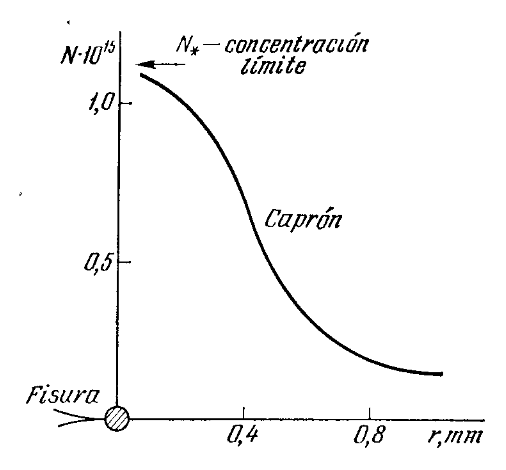


Fig. 95. Concentración de las submicrogrietas delante del vértice en una película de nylon.

crece con el tiempo, aumenta sólo su concentración. Al alcanzar la concentración de los microdefectos característica para el material (del orden de $10^{12}...10^{16}$ microgrietas por cm^3), éstos se unen, formando una macrogrieta. A continuación, el alcance de dicha concentración en el vértice de la grieta asegura su incremento (fig. 95).

El primer modelo de una grieta en crecimiento fue construido por el científico alemán L. Prandtl en 1933 sin tener ninguna relación con el modelo de Griffith ya existente (la obra se denominaba «Modelo imaginario del proceso de ruptura del sólido»). El desarrollo intenso de las ideas y la simulación de las grietas en crecimiento

comenzaron sólo a partir de los años 60.

La extensión de las grietas en los polímeros se describe con frecuencia mediante unos modelos bastante sencillos del movimiento de la grieta en medios viscoelásticos. Pareciendo una paradoja, no obstante esa sencillez se explica por la complejidad y el poco estudio de los mecanismos de deformación y destrucción de los polímeros en la zona de alta concentración de las tensiones en la cercanía del vértice de la macrogrieta.

La simulación del cuerpo con una grieta creciente, por regla general, supone la elección de un modelo reológico del material (por ejemplo, un cuerpo elástico, otro viscoelástico, etc.), describiendo la destrucción del elemento del medio (verbigracia, una acumulación paulatina de los microdeterioros) y confeccionando el criterio de la destrucción en el extremo de la grieta (por ejemplo, los criterios de Griffith, Irwin, Leónov—Panasiuk y sus modificaciones). La consideración de las propiedades viscosas del medio la enlazan, generalmente, con la esperanza de obtener una descripción de un incremento casiestático lento de la grieta.

Dos palabras sobre los modelos viscoelásticos, entre los cuales los más simples son *los modelos de Maxwell* y *W. Voigt.* Se les puede mostrar esquemáticamente como una combinación sucesiva y paralela de una resistencia viscosa y un elemento elástico (fig. 96). La descripción matemática de los modelos mostrados en la figura es bastante

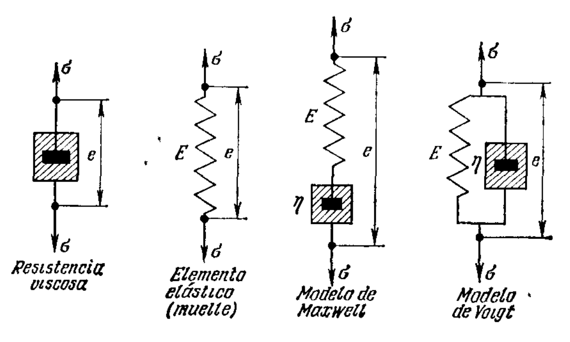


Fig. 96. Modelos viscoelásticos más simples.

elemental (E, es el módulo de elasticidad, η, coeficiente de viscosidad)

$$\sigma = \eta \frac{de}{dt}; \quad \sigma = Ee; \quad \frac{de}{dt} = \frac{1}{E}\frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta}\sigma;$$

elemento viscoso — elemento elástico — modelo de Maxwell

$$\sigma = Ee + \eta \frac{de}{dt}.$$

modelo de Voigt

La reacción en los modelos de Maxwell y Voigt a la aplicación imprevista de una tensión constante σ_0 (en el momento $t = 0$) que luego desaparece (en el momento $t = T$) se representa de modo esquemático en la fig. 97. Claro que las características de estos modelos matemáticos están muy lejos de las propiedades de los cuerpos reales *).

*) A pesar de que algunos teóricos no cesan hasta hoy día los intentos de utilizarlos para describir el comportamiento de los materiales plásticos, ello

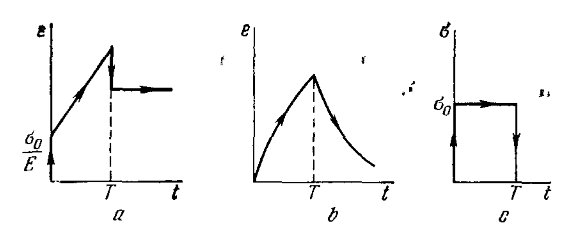


Fig. 97. Comportamiento de los modelos más simples en la medición escalonada de la grieta (*c*): modelo de Maxwell (*a*), modelo de Voigt (*b*).

No obstante, el primer modelo es un ejemplo más sencillo de los modelos que poseen una reacción elástica instantánea ($e_0 = \sigma_0/E$) y el segundo, del modelo sin reacción elástica ($e_0 = 0$).

En los márgenes del modelo de un cuerpo viscoelástico, donde no se toma en consideración la zona de los enlaces debilitados (por ejemplo, en el modelo de Griffith—Irwin), el flujo energético que va hacia el extremo de la grieta, así como las tensiones y deformaciones en sus inmediaciones, resultan ser las mismas que en un cuerpo elástico con los correspondientes módulos instantáneos. Por eso la descripción del desarrollo de la grieta en semejante modelo no se diferencia de la descripción, usando el modelo del cuerpo elástico.

Para un cuerpo viscoelástico que no posee una reacción elástica instantánea

procede sólo de una cosa, pues hasta el presente no se ha logrado obtener modelos más perfectos para la solución.

(modelo tipo Voigt), existe una paradoja evidente: conforme al criterio de Griffith, las grietas en semejante cuerpo no se extienden, mientras que de acuerdo con el criterio de Irwin puede haber crecimiento, pero será sin consumo energético (¿!). La aparición de dicha paradoja está relacionada, claro, con la existencia de una idealización extremada: un total menosprecio de las dimensiones y la estructura de la zona de alta concentración de las tensiones (o sea, la zona en la que transcurren los procesos disipativos no lineales y los de la destrucción). La situación puede salvarse, haciendo, por ejemplo, una suposición de que la energía superficial γ es una función universal de la velocidad de la grieta v. La forma de la función $\gamma(v)$ se obtiene o bien del experimento, o bien al examinar los modelos con una zona de enlaces debilitados.

El criterio de Leónov—Panasiuk no es equivalente al de Griffith, pues parte de la energía elástica puede consumirse en la variación del tamaño de la zona extrema. Si se analiza un cuerpo viscoelástico con cierta grieta en los márgenes del modelo de Leónov—Panasiuk, puede estudiarse la cinética del desarrollo lento de la grieta incluso en ausencia de la dependencia entre las fuerzas cohesivas o la energía superficial y la velocidad de la grieta. El modelo de Leónov—Panasiuk resultó ser muy cómodo para describir el incremento lento de la grieta en los polímeros.

El otro enfoque está ligado con la con-

sideración de la influencia de la acumulación de deterioros muy pequeños y disipados por todo el volumen. Es posible tener en cuenta esa influencia considerando, por ejemplo, que los deterioros disminuyen la energía superficial del cuerpo. También puede ser analizado el incremento de la macrogrieta que se mueve al acumular una concentración límite de los microdeterioros en la cercanía de su vértice (véase la fig. 95).

§ 26. Mecánica dinámica de la destrucción

Al lector que piensa, al leer el título del presente párrafo, tienen que surgirle varias preguntas. Primero, si existe una mecánica dinámica de la destrucción, por lo visto, ¿debe haber también una mecánica estática de la destrucción? Segundo ¿cómo concuerda eso conque la destrucción transcurre con más frecuencia a causa de una extensión inestable de la grieta (o sea, es un proceso esencialmente dinámico)? Entonces ¿de qué mecánica de la destrucción se trataba hasta ahora? ¡Es necesario reconocer de una vez que todos esos interrogantes no son tan simples y las respuestas a esas preguntas están lejos de ser evidentes! En efecto, el proceso de la destrucción se caracteriza (por lo menos en la fase final) por una extensión rápida de la grieta principal o de una familia de grietas ramificadas, o sea, es esencialmente dinámico. En la descripción de dicho proceso en los micro y macroniveles queda mucho sin aclarar, y cuando en la

literatura se encuentra una afirmación de que la mecánica de la destrucción ofrece un aparato indispensable para calcular la resistencia mecánica de los cuerpos y construcciones, se comprende la denominada *mecánica casiestática de la destrucción* que responde a la pregunta de si es la grieta principal existente estable o no. En realidad, la mecánica casiestática de la destrucción está elaborada bastante bien, pero es sólo la primera aproximación para describir la destrucción que permite juzgar solamente de si comienza el crecimiento catastrófico de la grieta o no. La asignatura de la mecánica dinámica de la destrucción es mucho más amplia que la casiestática. Si en la mecánica casiestática de la destrucción se enuncia sólo el criterio de la extensión inestable de la grieta, en la mecánica dinámica de la destrucción es necesario establecer una serie de criterios, o sea, para el comienzo, parada, extensión, curvatura de la trayectoria de la grieta y su ramificación.

Al intentar describir la destrucción dinámica con ayuda de una grieta aguda principal y de los coeficientes de la intensidad de las tensiones (CIT) surge relativamente un entero espectro de los CIT críticos: *el CIT del comienzo* que depende de la velocidad de cargamento, *el CIT de la parada*, *el CIT de la ramificación*, *el CIT crítico* que depende de la velocidad de la grieta. En este caso algunos datos experimentales se logra explicarlos satisfactoriamente,

mientras que los otros conducen a las contradicciones con las teorías. Sin embargo, los datos experimentales por sí mismos no son contradictorios. Es posible que en este caso muchos de los experimentos no son correctos, ya que en ellos se menospreciaba la interacción entre las ondas reflejadas de las fronteras y los vértices de la grieta, y no se medían con bastante precisión la velocidad de la grieta y el coeficiente de la intensidad de las tensiones. Dado que al elaborar los datos experimentales, es muy importante establecer el enlace entre los procesos que transcurren en el vértice de la grieta y los efectos de propagación de las ondas, se requiere un equipo experimental que permita registrar la variación del estado de tensión durante un microsegundo (puesto que el tiempo de recorrido de la onda de expansión, por ejemplo, a través de las muestras de pequeña dimensión que se usan en la práctica, no supera varias decenas de microsegundos).

La teoría dinámica de la elasticidad se diferencia de la estática por el hecho de que investiga la propagación de las ondas. En el caso de haber un defecto estacionario o extendible en el cuerpo el cuadro del campo de onda se hace extremadamente complejo y eso siempre debe de tomarse en consideración. Así, por ejemplo, para la ruptura de choque de cierta muestra, teniendo en cuenta las reflexiones de las ondas, la dependencia entre el CIT y el tiempo se caracteriza por fuertes oscilacio-

nes. Un ejemplo más: durante la ramificación el vértice de cada rama se convierte en fuente de propagación de las ondas. Incluso los microdefectos que se forman delante del vértice de la grieta principal, radían ondas y actúan recíprocamente con la grieta principal, lo que como muestran las investigaciones, no se puede menospreciar.

Así, pues, en la presente etapa de su desarrollo la teoría de la mecánica dinámica de la destrucción es muy contradictoria, y ahora precisamente la mecánica dinámica de la destrucción es la zona en la que se necesita la concentración de las fuerzas de los científicos que trabajan en la rama de la mecánica de la destrucción. No obstante, no quisiera que estas palabras provoquen en el lector un desaliento y escepticismo y que éste deje de leer dicho apartado (y también puede que todo el libro) en este párrafo. Al contrario, las contradicciones en la ciencia sirvieron siempre de un estímulo colosal para los investigadores y los conocimientos que se acumulan sobre la dinámica de la destrucción conducirán inevitablemente a la aparición de una teoría esbelta. Señalemos que la última década se caracteriza con un aumento muy brusco de las investigaciones en lo que se refiere a la dinámica de la destrucción. Ellas incluyen la elaboración de los modelos de la destrucción, métodos numéricos y analíticos de resolver las tareas de la teoría dinámica de la elasticidad y plasticidad para los cuerpos con grietas estacionarias

o extensibles, asimismo la elaboración de los métodos experimentales.

Recordemos el prefacio de nuestro libro. Las construcciones teóricas y las soluciones analíticas elegantes de las tareas modelos, por una parte, y las necesidades de la práctica junto con los datos experimentales contradictorios, por otra parte, he aquí las dos montañas, divididas por un valle estrecho, y nosotros debíamos ir por ese valle de manera que las dos montañas estuviesen continuamente a nuestra vista. Sin embargo, en dicho apartado el problema planteado ante nosotros es de especial dificultad. Continuando las comparaciones comenzadas, diremos que en este segmento del camino tendremos que huir las avalanchas de los conceptos corrientes, el apilamiento de hechos sueltos, los puentecillos que parecen estables, los tramos que están unidos mediante razonamientos poco convincentes.

Pero antes de llevar tras sí al lector no puedo contenerme de recorrer un poco el camino con vista a la izquierda. Hablemos sobre algunas soluciones teóricas de las tareas de la mecánica dinámica de la destrucción. ¡Pues estas tareas son casi las más complejas en la mecánica del sólido deformable y para resolverlas se necesitaban años enteros!

Entre toda la variedad de las cargas dinámicas pueden separarse dos tipos fundamentales: armónicas (es decir, las que varían de modo sinusoidal en el tiempo) y las de impacto. Así, pues, la consideración

de los efectos de inercia, al calcular las construcciones y obras con grietas, conduce al examen de las siguientes tareas principales de la mecánica dinámica de la destrucción.

1. Definición de la dependencia entre los coeficientes de la intensidad de las tensiones (como sabemos, la característica básica de la mecánica de la destrucción) y la frecuencia para la grieta bajo la acción de las cargas armónicas.

2. Definición de la dependencia entre los coeficientes de la intensidad de las tensiones y el tiempo para la grieta bajo la acción de las cargas de impacto.

3. Definición de la dependencia entre los coeficientes de la intensidad de las tensiones y el tiempo y la velocidad de la extensión de la grieta.

4. Definición de la ley del movimiento de la grieta si se conoce la dependencia entre los coeficientes de la intensidad de las tensiones y la velocidad del incremento de la grieta.

Al resolver numéricamente la primera tarea para un cuerpo de dimensiones finitas los coeficientes de la intensidad de las tensiones se determinan mediante las formas y frecuencias de las oscilaciones libres que pueden depender intensamente de la configuración y longitud del defecto. Con respecto a eso, pueden pertenecer a la mecánica dinámica de la destrucción las investigaciones de la influencia de las grietas sobre las formas y frecuencias de las oscilaciones

libres (semejantes investigaciones son de gran importancia para diagnosticar los defectos mediante los métodos no destructibles de control).

Al resolver las tareas principales planteadas se utilizan tanto los métodos numéricos, como los analíticos en combinación (en algunos casos), usando los resultados experimentales. Las soluciones analíticas de las tareas de la mecánica dinámica de la destrucción para las grietas de ruptura normal, de un cizallamiento transversal y longitudinal permiten sacar unas conclusiones cuantitativas importantes sobre los procesos antecedentes a la destrucción frágil durante el cargamento dinámico, así como sobre la propagación del frente de destrucción.

Ya sabemos que al describir matemáticamente la extensión de las grietas, el momento más importante es la aclaración de las regularidades comunes en la distribución de los campos de las tensiones y los desplazamientos en las inmediaciones del vértice de la fisura. Resulta que si el vértice de la grieta se traslada a lo largo de cierta curva suave con una velocidad arbitraria, en el sistema local de coordenadas (ligado con el vértice de la grieta) la distribución angular de las tensiones depende sólo de la velocidad corriente presente de dicho vértice. Las tensiones y los desplazamientos pueden representarse en una forma análoga a las fórmulas (40)...(45) con la diferencia que los coeficientes de la intensidad de las tensiones que participan en estas

dependencias son funciones del tiempo, mientras que la distribución angular de las tensiones y los desplazamientos depende de la velocidad, es decir:

$$\sigma = \frac{K(t)}{\sqrt{2\pi r}} f(\theta, v) + \ldots,$$

$$u = \frac{K(t)}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g(\theta, v) + \ldots$$

La distribución angular de las tensiones y de los desplazamientos en la proximidad del vértice de una grieta estacionaria es la misma para el cargamento estático y dinámico, y la influencia del efecto de inercia consiste en que el coeficiente de la intensidad de las tensiones comienza a depender del tiempo. La solución de varias tareas modelo permitió sacar la conclusión de que al cabo de un período de tiempo después de aplicar la carga, el carácter de la dependencia de los coeficientes de la intensidad de las tensiones y de las cargas de impacto con respecto al tiempo es idéntico. Sin embargo, durante este período de tiempo el coeficiente de la intensidad de las tensiones alcanza su valor de cresta que supera esencialmente el estático (una deducción análoga puede hacerse en el caso del cargamento armónico del cuerpo con grieta).

De esta manera, el estado de tensión en las inmediaciones del vértice de la grieta se describe con ayuda de los coeficientes de la intensidad de las tensiones. Estos coeficientes se utilizan, como sabemos, para juzgar sobre el equilibrio límite del cuerpo

con grieta (en el caso de una fisura estacionaria) y sobre el carácter de su extensión (para el caso no estacionario), así como sobre la velocidad del incremento de la grieta para un cargamento multicíclico.

Ya hemos dicho que el criterio del comienzo de la extensión de la grieta (llamado a veces criterio de la destrucción) que es la base de la mecánica de la destrucción, no se deduce de las ecuaciones de equilibrio y de movimiento de la mecánica del medio continuo y es una condición complementaria al resolver la cuestión sobre el equilibrio límite del cuerpo con grieta. El estado límite de equilibrio se considera alcanzado si el corte en forma de grieta adquiere la posibilidad de extenderse.

La modificación dinámica del criterio de la destrucción de Griffith ya conocido (véase el § 14) tiene la forma

$$2\gamma = G = \frac{1}{2\mu}\left\{\frac{v^2}{c_2^2 R_*(\delta_1, \delta_2)}\left[\delta_1 K_I^2(t) + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \delta_2 K_{II}^2(t) + \frac{1}{\delta_2} K_{III}^2(t)\right]\right\}, \qquad (88)$$

donde $\delta_i = \sqrt{1 - (v/c_i)^2}$ $(i = 1, 2)$, c_1 y c_2 son las velocidades de propagación de las ondas de dilatación y de cizallamiento en un medio elástico, la función $R_*(\delta_1, \delta_2)$ significa la función de Rayleigh:

$R_*(\delta_1, \delta_2) = 4\delta_1\delta_2 - (1 + \delta_2^2)^2$.

En el límite para $v \to 0$ obtenemos la relación estática (58). La igualdad (88) es el análogo dinámico de la relación que une las características de fuerza y energéticas

del proceso de destrucción y puede servir de ecuación (si suponemos que $2\gamma = G = G_c$) para determinar la dependencia entre la velocidad de extensión de la grieta y el tiempo.

El análisis del flujo energético hacia el extremo de la grieta permite deducir unas cuantas conclusiones. En el intervalo de las velocidades $0 < v < c_R$ (c_R es como antes la velocidad de las ondas de Rayleigh) para las grietas de un desprendimiento normal y de cizallamiento transversal $G > 0$ y en el intervalo $c_R < v < c_2$ el flujo energético $G < 0$. Dado que la energía superficial eficaz 2γ es positiva, la extensión de las grietas con una velocidad mayor que la de las ondas de Rayleigh c_R es imposible. Para las grietas del cizallamiento longitudinal el análisis energético muestra que la velocidad de propagación no puede superar c_2. Señalemos que en la práctica la velocidad de extensión de la grieta se restringe no por la velocidad de las ondas de Rayleigh, sino por un valor menor que oscila para diferentes materiales de 0,2 a 0,5 de la velocidad de las ondas de cizallamiento.

Así, si con ayuda de algunos métodos matemáticos se logró resolver las ecuaciones del movimiento (28) del capítulo II para las condiciones de frontera prefijadas y hallar el coeficiente de la intensidad de las tensiones, partiendo de (88) puede determinarse la ley del movimiento de la grieta. Por ejemplo, en el caso de extensión de una fisura semiinfinita de cizallamiento longi-

tudinal en el campo de una **tensión** que se desplaza uniformemente:

$$K_{III}=\frac{2}{\sqrt{\pi}}q\sqrt{1-\frac{v}{c_2}}\sqrt{2c_2t}. \qquad (89)$$

Aquí q es la carga del cizallamiento longitudinal. Poniendo (89) en (88) para $K_I = K_{II} = 0$, obtenemos

$$2\gamma=\frac{4q^2}{\pi\mu}c_2t\sqrt{\frac{1-(v/c_2)}{1+(v/c_2)}}. \qquad (90)$$

Para que el segundo miembro de esta igualdad quede siendo una magnitud restringida para tiempos grandes t (puesto que 2γ = const), es necesario que la velocidad de extensión de la grieta v tienda a c_2.

Si las cargas de impacto concentradas se aplican a una distancia x_0 del vértice de la grieta del cizallamiento longitudinal, tenemos

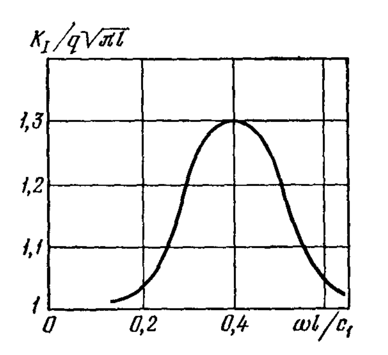
$$K_{III}=q\sqrt{\frac{2}{\pi(x+x_0)}\left(1-\frac{v}{c_2}\right)} \quad \text{para} \quad c_2t\geqslant x_0 \qquad (91)$$

y, partiendo de (88), hallamos

$$2\gamma=\frac{q^2}{\pi\mu}\sqrt{\frac{1-(v/c_2)}{1+(v/c_2)}}\frac{1}{x+x_0}. \qquad (92)$$

El análisis de la expresión obtenida muestra que la grieta en movimiento al cabo de cierto tiempo se detiene.

En 1969 el autor del presente libro junto con un colaborador examinó un problema sobre cierto plano con una grieta de longitud



Fig, 98. Dependencia entre el coeficiente de la intensidad de las tensiones K_I y el número de onda $\omega l/c_1$.

finita $2l$, en cuyas orillas se prefija una carga armónica de tracción—compresión con una amplitud q. El coeficiente de la intensidad de las tensiones para un desprendimiento normal fue hallado en función del número de onda (fig. 98). Se ve que la amplitud del coeficiente de la intensidad de las tensiones en todo el intervalo de frecuencias del cargamento que se encuentra en la práctica supera el coeficiente estático de la intensidad de las tensiones (para $\omega = 0$), con la particularidad de que el valor de cresta K_I supera la magnitud estática más de un 30 por 100. Así, pues, el peligro de una destrucción frágil aumenta a causa del efecto de inercia. Al actuar las cargas de impacto, el comportamiento de los coeficientes dinámicos de la intensidad de las tensiones que dependen del tiempo,

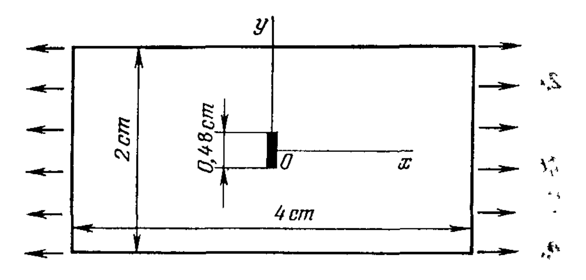


Fig. 99. Placa con grieta central.

tiene naturalmente un carácter más complejo.

Al examinar unas placas finitas con grietas, las soluciones analíticas están relacionadas con grandes dificultades matemáticas, con lo cual es indispensable hacer uso de los métodos numéricos. Por ejemplo, al resolver las tareas sobre el cargamento de impacto de una placa rectangular con cierta grieta central (fig. 99) con ayuda del método de elementos finitos, se obtiene una dependencia entre el CIT y el tiempo mostrada en la fig. 100. El aumento de los coeficientes de la intensidad de las tensiones comienza en el momento de la llegada de la onda de Rayleigh al vértice de la grieta ($t \approx 2,3$ μs). Los redondeles señalan los momentos de la llegada de las ondas al vértice que fueron reflejadas desde las fronteras de una muestra rectangular. Se ve que después de empezar la interacción de estas ondas con la grieta la solución analítica (la curva a trazos) deja de ser válida. Señalemos que el coeficiente

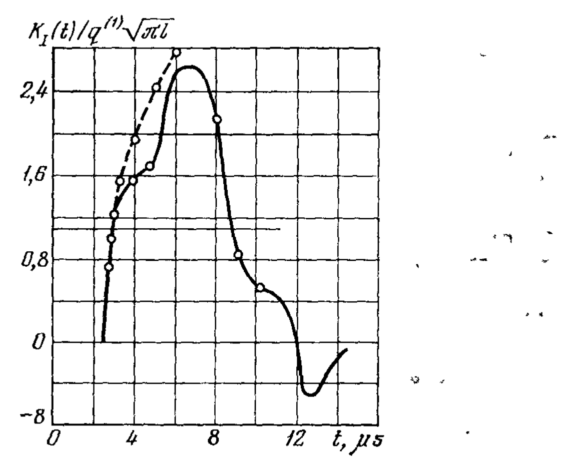


Fig. 100. Dependencia entre el CIT y el tiempo (la curva de trazos representa la solución analítica para el plano con grieta y la curva recta, la solución estática).

dinámico de la intensidad de las tensiones es 2,45 veces mayor que el estático (la línea horizontal en la fig. 100).

Los métodos numéricos permiten, en principio, calcular el comportamiento de la grieta prácticamente en todos los casos, no obstante quedan siendo problemáticas las ideas principales que son la base del modelo del movimiento de la grieta. Así que pasemos ahora a comparar las representaciones teóricas y los datos experimentales.

Las diferencias principales entre un modelo idealizado de la destrucción casifrágil y la destrucción real puede explicarse

sólo a nivel microestructural. Estudiemos esta cuestión con más detalles. Entre los enfoques en describir la destrucción pueden resaltarse dos: en el primero la resistencia del cuerpo se caracteriza por el comportamiento de la macrogrieta principal y en el segundo, por el desarrollo y el incremento de un conjunto de microdefectos. La primera dirección predomina en la literatura científica ante todo por el hecho de dar un criterio satisfactorio a la resistencia mecánica y un aparato de cálculo accesible para las cargas casiestáticas. La segunda dirección se desarrolla principalmente en la física del sólido y metalografía (y muy rara vez en la mecánica, ya que por ahora no condujo a modelos satisfactorios). No obstante, el desarrollo de múltiples defectos y de la grieta principal son procesos mutuamente enlazados, con la particularidad de que no sólo en la fase de engendramiento de la macrogrieta, sino también en la etapa de su extensión. La macrogrieta asegura una concentración localizada alta de las tensiones, pero su comportamiento se hace dependiente del incremento de los microdefectos que se manifiestan en este caso.

En el modelo que domina ahora en la mecánica dinámica de la destrucción se examina, por lo corriente, el crecimiento de una grieta rectilínea en un plano elástico. En el vértice surgen unas tensiones ilimitadas y se supone que el proceso transcurre propiamente en el mismo vértice de la grieta. Además, se supone que el gasto de

la energía para formar cierta unidad de una superficie nueva es una constante del material. Partiendo de ello, se calcula el campo elastodinámico de las tensiones en el vértice de la grieta y se enuncia el criterio de extensión de la grieta, o sea, la ecuación del balance energético (88).

Así, pues, pueden destacarse las siguientes tesis principales del modelo idealizado en la mecánica dinámica de la destrucción.

1. Los campos de tensiones en el vértice de la grieta se describen con ayuda de los coeficientes de la intensidad de las tensiones.

2. Los criterios del comienzo, parada y extensión de la grieta se deducen de la ecuación del balance energético (88).

De esta manera, para juzgar la equivalencia de dicho modelo es necesario comprobar la ejecución precisamente de estas dos tesis. Eso puede realizarse, analizando los datos experimentales por los coeficientes de la intensidad de las tensiones y comparando las condiciones del comienzo, extensión y parada de la grieta con los pronósticos teóricos.

Aquí mismo diremos que esa comparación conduce a unas dudas muy fuertes con respecto a la validez de la teoría. Por ejemplo, de la ecuación del balance energético se desprende que las condiciones de la parada son la «inversión» de las condiciones del comienzo: para un mismo valor crítico del coeficiente de la intensidad de las tensiones la grieta inmóvil comienza a exten-

derse, mientras que la grieta que se propaga se para. No obstante, en la práctica los valores críticos de los coeficientes de la intensidad de las tensiones para la parada y el comienzo no coinciden. Otro ejemplo más: partiendo de la misma ecuación, se establece una concordancia biunívoca entre los coeficientes de la intensidad de las tensiones y la velocidad de la grieta, pero en los experimentos eso no se comprueba, o sea, con más frecuencia dicha concordancia resulta multiforme. Por fin, de la ecuación del balance energético no se deduce de ninguna manera la posibilidad de la ramificación de las grietas (ese fenómeno lo vemos con mucha frecuencia en la vida cotidiana, pues es suficiente sólo recordar las grietas en el asfalto, vidrio, hormigón, etc.).

En lo que se refiere a la primera tesis de la mecánica dinámica de la destrucción, en la que se trata del estado de tensión en el vértice de la grieta (pero no de los criterios de la destrucción, ya que a ello se dedica la segunda tesis de la mencionada teoría), aquí también surge una serie de preguntas como, verbigracia, ¿por qué para pequeñas velocidades de cargamento y cargas moderadas existe una concordancia entre los coeficientes de la intensidad de las tensiones hallados de manera teórica y experimental, mientras que para grandes velocidades de cargamento y cargas elevadas no se observa dicha concordancia? Claro que se puede en este caso decir que los experimentos se llevan a cabo en unas

placas, donde se observa la dispersión de las ondas y el carácter del estado de tensión en el vértice se diferencia del de bidimensional (lo que se supone al determinar teóricamente los coeficientes de la intensidad de las tensiones) y todo ello será justo en realidad. Pero la causa fundamental de las divergencias entre la teoría y la práctica no está en eso.

Puede darse una explicación cuantitativa de la discrepancia entre el modelo idealizado de la destrucción y los experimentos si se supone (y ello se confirma de modo experimental!) que la destrucción sucede no en el mismo vértice de la grieta, sino en cierta zona delante del vértice como consecuencia de un proceso complejo de la aparición de las microgrietas, su unión e interacción. La existencia de esta zona pudo demostrarse en las pruebas de destruir un vidrio orgánico puramente frágil (preste atención a que el material es frágil, por lo tanto, al explicar la divergencia entre la teoría y el experimento las referencias al flujo plástico en el vértice de la grieta no tienen fundamentos!).

En favor de la hipótesis sobre la existencia de la zona de microdestrucciones testimonian la rugosidad de la superficie de la destrucción (por qué eso es así se aclarará un poco más adelante) y la toma de fotografías a una velocidad alta en el modo de tiempo real (es decir, directamente durante el proceso de destrucción) de las ondas de tensiones que se dispersan de los microde-

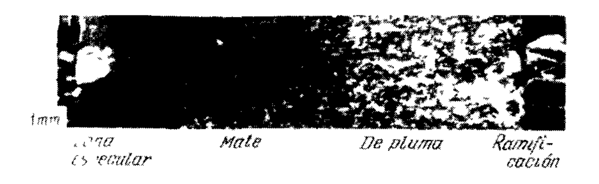


Fig. 101. Zonas especular, mate y en forma de pluma en la superficie destruida.

fectos. Estas ondas (véase la fig. 66) generan sólo para un nivel alto de tensiones en el vértice de la grieta cuando la energía que se libera, al formarse delante del vértice de la grieta un microdefecto, se hace suficiente para generar las deformaciones macroscópicamente observables.

En la superficie destruida (fig. 101) después de pasar la grieta con gran velocidad pueden ser destacadas tres zonas: *la especular*, *mate* (velada) y *en forma de plumas* (desmenuzada). Después de pasar esta última zona la grieta se ramifica en varias ramas. La zona especular se caracteriza por una superficie totalmente lisa que refleja por completo la luz. En la zona mate la superficie se hace más áspsra, convirtiéndose en rugosa por completo en la última zona en forma de plumas. Es importante señalar el enlace, establecido durante el tratamiento de los datos experimentales, entre la calidad de la superficie y el valor de la carga de impacto y rotura aplicada. Resultó que al aumentar dicha carga, el tamaño de la zona especular disminuye,

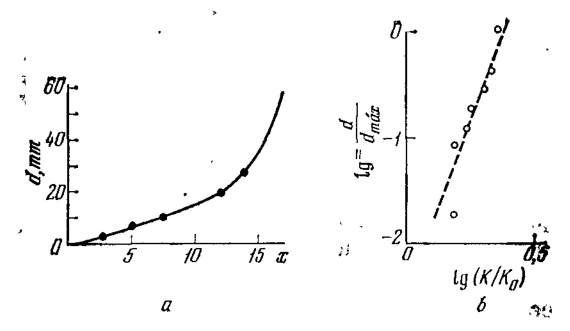


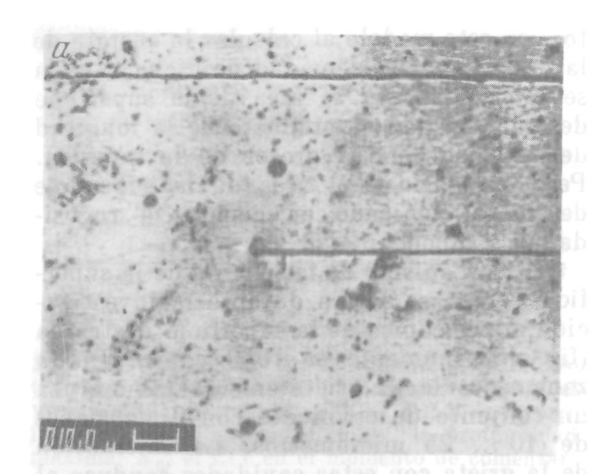
Fig. 102. Rugosidad en la superficie de la destrucción en función de la distancia x hasta el vértice de la grieta (a) y el CIT (b): d es la profundidad de la rugosidad; $d_{máx}$, la profundidad máxima; K_0, el CIT en el momento de comenzar.

mientras que las dimensiones de las otras dos crecen. Al reducir el nivel de la carga, al contrario, el tamaño de la zona especular aumenta, mientras que las dimensiones de las demás disminuyen. Esta conclusión cualitativa se confirma por las gráficas en la fig. 102. Se ve que al alejarse del punto donde se hallaba el vértice de la grieta en el momento inicial, la profundidad de la rugosidad aumenta (fig. 102, a), creciendo el CIT respectivamente (fig. 102, b).

Así, pues, vemos que cuanto más energía se libera en el vértice de la grieta, tanto mayor es la rugosidad de la superficie. ¿Qué es lo que se desprende de eso? Pues que cuanto mayor es la carga, tanto más diferencia el comportamiento de la grieta del que fija el modelo idealizado. En efec-

to, en este modelo al calcular la energía de la destrucción la densidad de dicha energía se multiplica por el área de la superficie destruida, igual al producto de la longitud de la grieta por el grosor de la muestra. Pero en realidad el área de la superficie destruida, teniendo en cuenta la rugosidad, es mucho mayor.

El mecanismo de formación de la superficie rugosa se aclara durante la investigación microscópica de la superficie destruida (fig. 103, aumento en 7000 veces). En la zona especular la grieta en su camino cruza un conjunto de cavidades con dimensiones de 10 ... 25 micrometros. La interacción de la grieta con estas cavidades conduce al comienzo de las numerosas grietas microsuperficiales que a pesar de todo no cambian la dirección de la extensión de la grieta principal. Puede afirmarse que en la zona especular las microgrietas que comienzan desde las mitrocavidades, no están en interacción entre sí (fig. 103, *a*). En la zona mate debido al comportamiento del CIT las tensiones que surgen se hacen suficientes para activizar las cavidades aisladas y su interacción (fig. 103, *b*). Aquí aparece un conjunto de figuras parabólicas, que es característico para la intersección de las cavidades y la grieta que se extienden a una misma velocidad. Dichas parábolas se diferencian por su tamaño y profundidad, lo que indica el carácter tridimensional de su distribución. Así, pues, en la zona mate antes de llegar la grieta principal se forma





un conjunto de microdestrucciones orientadas en distintos planos y que tienden a cambiar la dirección de su propagación. Por fin, en la zona en forma de plumas (fig. 103, *c*) este proceso se hace más intenso y abarca una zona cada vez mayor delante del vértice de la grieta. Aparecen «regueros» que crecen en dirección perpendicular a la grieta.

Haciendo un resumen de las mencionadas observaciones, puede deducirse que inicialmente en la zona especular se extiende

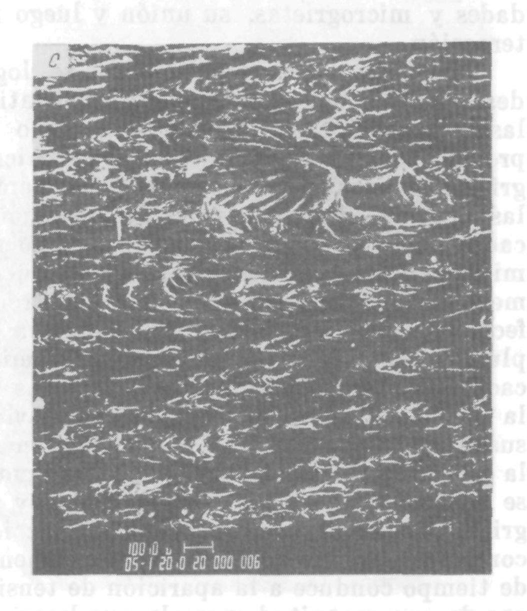


Fig. 103. Microfotografías en las zonas especular (*a*), mate (*b*) y en forma de plumas (*c*).

cierta grieta unitaria y su comportamiento no se diferencia en mucho del incremento casiestático. En la zona mate ya tiene lugar una propagación uniforme y simultánea del conjunto de grietas. En la zona en forma de plumas la extensión de la grieta transcurre en los márgenes del mismo proceso físico, pero la dimensión de las microdestrucciones aumenta. Así, pues, puede asegurarse que la extensión de la grieta para el nivel alto de las tensiones se controla mediante el desarrollo de las microcavidades y microgrietas, su unión y luego interacción.

Partiendo de estas posiciones, se logra describir de modo aceptable y cualitativo las ramificaciones de las grietas como un proceso continuo de evolución de las microgrietas avanzadas. En efecto, examinemos las microfotografías de las grietas ramificadas (fig. 104). Se ve que el proceso de ramificación es una continuación del incremento intenso e interacción de los microdefectos que transcurre en la zona en forma de plumas. Antes de que aparezca una ramificación final, ocurren numerosos intentos de la ramificación: las microgrietas se desvían suavemente con respecto a la dirección de la extensión de la grieta principal, parándose después. Entre estas microramas y la grieta principal comienza una interacción compleja de ondas que en cierto momento de tiempo conduce a la aparición de tensiones de una magnitud, para la que la grieta se ramifica definitivamente. El menciona-



b

0,5 mm

Fig. 104. Microfotografías de las ramas de la grieta.

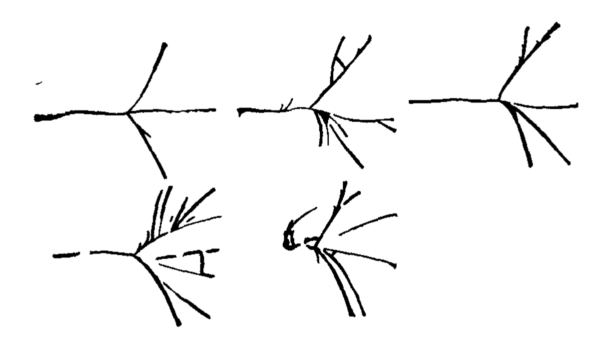


Fig. 105. Carácter de la ramificación en cinco experimentos iguales.

do proceso, sin duda alguna, es estadístico y tridimensional, sin embargo, posee también rasgos determinados: la desviación de la coordenada del punto de la ramificación definitiva en una serie de cinco experimentos es sólo 1 mm, siendo la carga igual según la magnitud (fig. 105). Es importante subrayar el carácter evolucionista de la ramificación que consiste no sólo en la transformación de un corte matemático en dos cortes, como se simula en las tareas de la teoría dinámica de la elasticidad, sino en una variación cualitativa paulatina del frente de la destrucción según el mecanismo mostrado en la fig. 106. El lector puede bien imaginarse qué dificultades matemáticas más serias existen en la descripción del proceso de ramificación.

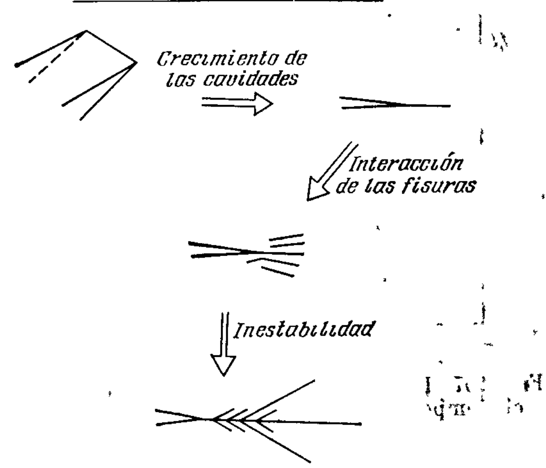


Fig. 106. Mecanismo de la ramificación,

Una confirmación más del mecanismo microestructural descrito de la propagación de la destrucción la da el análisis de los experimentos por el comienzo de la grieta. El criterio del comienzo de la destrucción, conforme al modelo idealizado, consiste en lo siguiente: el incremento de la grieta se desprende directamente después de que el CIT alcanza su valor crítico. De la dependencia obtenida experimentalmente entre el CIT instantáneo durante el comienzo y el tiempo desde el momento que se aplicó la carga hasta el inicio de la destrucción (fig. 107) se deduce que un criterio tan sencillo vale sólo para las velocidades relati-

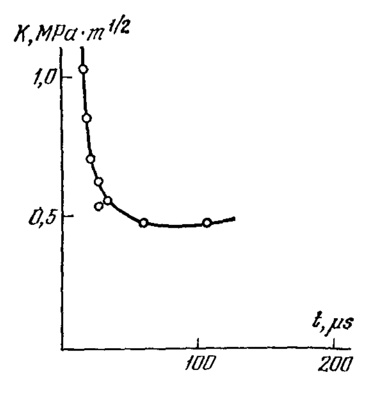


Fig. 107. Dependencia entre el CIT del comienzo y el tiempo hasta la destrucción.

vamente bajas de cargamento. Para el tiempo de cargamento mayor que 40 ... 60 μs la destrucción transcurre siendo el CIT constante que coincide con el hallado de los experimentos estáticos, mientras que para un tiempo más corto el CIT requerido aumenta bruscamente. La explicación cualitativa de dicho fenómeno es posible, atrayendo el concepto de las microgrietas avanzadas y consiste en que existe una velocidad determinada de engendramiento e incremento de los microdefectos. Si ésta supera la velocidad del cargamento, se obtienen resultados casiestáticos. En el caso contrario resulta que los microprocesos no tienen tiempo de desarrollarse en un grado suficiente, entonces eso debe compensarse con el valor de la carga.

También se realizó una serie de pruebas en las cuales se varía sistemáticamente la velocidad de cargamento y, por lo tanto, la velocidad de la grieta. Aunque la dependencia entre el CIT y el tiempo era muy compleja, la velocidad de la grieta era casi siempre constante y su máximo tenía el orden de 0,45 c_R. El cambio de la velocidad transcurre solamente como consecuencia de la llegada al vértice de la onda reflejada de la frontera de la muestra, que a continuación se convierte en constante. Semejante comportamiento de la grieta concuerda bien con el modelo microestructural de su crecimiento: por delante del vértice se crean las microdestrucciones y puede suponerse que las dimensiones de esa zona del proceso, lo mismo que las dimensiones y orientación de la microgrieta, se determinan por las condiciones en el comienzo. La estructura de la zona se conserva hasta que una onda nueva de tensiones cambie su tamaño o la orientación. No obstante, si la velocidad de la grieta es más elevada que cierto valor (300 m/s), la llegada de las ondas al vértice no cambia su velocidad. Por lo tanto, la zona del proceso posee una «inercia» determinada, es decir, la grieta «se resiste» a la variación de la velocidad.

Señalemos otra causa más del porqué la velocidad de la grieta no alcanza en los materiales frágiles el límite teórico, igual a la velocidad de las ondas de Rayleigh. Y es que su velocidad se restringe por la velocidad de propagación de las microdes-

trucciones. En efecto, al destruir los cuerpos cristalinos por el tipo de desprendimiento puro, así como en el caso de las grietas «curadas», cuando no se forman microdestrucciones, la velocidad de la destrucción alcanza 0,8 ... 0,9 c_R.

Hagamos un resumen. Hemos trabado conocimiento con las posiciones fundamentales de un modelo idealizado de la mecánica dinámica de la destrucción, hemos analizado sus contradicciones principales y averiguado sus causas. Aquí ya nuestra «excursión» a la mecánica dinámica de la destrucción termina. Tengo la esperanza de que hubo lectores a los que el tema les pareció interesante.

§ 27. Tareas de temperatura en la mecánica de la destrucción

La mayoría de los conferenciantes, según mis observaciones, comenzando su narración sobre las destrucciones frágiles en condiciones de un calentamiento desigual, citan el ejemplo del vaso que estalla después que se le vierte el te caliente. Como todos sabemos, los cuerpos al calentarse se dilatan y en el vaso las capas calentadas internas presionan sobre las exteriores que aún permanecen frías, aparecen las tensiones de tracción que pueden convertirse en críticas para un rasguño pequeño en la superficie exterior del vaso. Semejantes destrucciones pueden encontrarse también en la

práctica ingenieril seria, como, verbigracia, en la avería que hemos descrito, del depósito que se enfrió durante una helada fuerte, en el que por la negligencia del personal se virtió el ácido fosfórico caliente (fig. 6). Las destrucciones frágiles de las tensiones internas de temperatura pueden transcurrir no sólo al calentar rápidamente, sino también al enfriar con rapidez. Digamos en el bosque, habiendo una helada fuerte, con mucha frecuencia se rompen los troncos de los árboles (sobre todo de los robles), la formación de las grietas, o sea, «brechas de helada» va acompañada por un sonido fuerte parecido a un disparo. El enfriamiento repentino surge también al averiarse el reactor nuclear cuando el líquido del sistema de enfriamiento cae sobre los elementos calientes de la construcción. Los cálculos de las características óptimas que garantizan la ausencia de la destrucción en semejante situación son obligatorios al proyectar las instalaciones nncleares de fuerza motriz.

El choque térmico, como consecuencia de un calentamiento o enfriamiento desigual de las construcciones, puede provocar la extensión de las grietas que existen en ellas incluso en ausencia total de las cargas mecánicas. Pero a veces sucede todo al contrario, la acción de las tensiones de temperaturas ocasiona un efecto favorable, quitando total o parcialmente la concentración de las tensiones en el vértice del defecto, determinada por las cargas mecánicas

exteriores. Así, pues, en la práctica real pueden encontrarse las situaciones más diversas. Es natural que las tareas de temperatura de la mecánica de la destrucción que de una manera adecuada describen esos fenómenos, son muy complejas y multifacéticas. Por eso nos limitaremos a una exposición de boceto de algunos problemas interesantes.

Las deformaciones complementarias de temperatura que surgen al calentar desde la temperatura T_0 hasta la temperatura T se consideran, por lo general, proporcionales a $\Delta T = T - T_0$. Entonces para tener en cuenta las influencias térmicas a las que se somete un cuerpo isótropo elástico, es suficiente en la ley corriente de Hooke cambiar las deformaciones e_x, e_y y e_z por la magnitud $\alpha \cdot \Delta T$, y las deformaciones de cizallamiento dejarlas sin variación alguna. El número α llamado *coeficiente de dilatación lineal* del material es una de las constantes físicas más importantes. La diferencia de estos coeficientes para los materiales de las piezas unidas rígidamente entre sí conduce, al cambiar la temperatura, a la aparición de deformaciones considerables, por ejemplo, a la flexión de una placa bimetálica. Pero si la construcción no puede deformarse libremente, pueden surgir unas grandes tensiones internas que conducen a la destrucción. Verbigracia, las estatuas antiguas se destruían con rapidez a causa de la diferencia de los coeficientes de dila-

tación de temperatura del oro y el marfil o el mármol.

La consideración de las deformaciones de temperaturas $\alpha\, \Delta T$ claro que cambia las ecuaciones de movimiento del cuerpo elástico (28), pero estas variaciones serán formalmente pequeñas: se reducirán a la aparición de una fuerza volumétrica complementaria con las componentes:

$$\beta \frac{\partial T}{\partial x}, \quad \beta \frac{\partial T}{\partial y}, \quad \beta \frac{\partial T}{\partial z}$$

(aquí $\beta = \alpha E/(1 - 2\nu)$) que están enlazadas con la diferencia de temperaturas entre la partícula dada del cuerpo y las partículas vecinas. Si se conoce la distribución de las temperaturas, el cálculo del estado de deformación tensa del cuerpo se reduce a un cálculo habitual según la teoría de la elasticidad. De aquí, en particular, se desprende que durante el calentamiento desigual los campos de las tensiones y los desplazamientos en las inmediaciones del borde de la grieta se describen por las fórmulas ya mencionadas (40) ... (45), sólo que los coeficientes de la intensidad de las tensiones van a depender de las influencias exteriores tanto mecánicas, como térmicas.

El cálculo de los campos de temperatura requiere una solución de la *ecuación de la conductibilidad térmica*

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{c\rho}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)$$

(aquí k es *el coeficiente de la conductibilidad termica*, ρ, la densidad y *c*, *la capacidad calorífica siendo la deformación constante*), sabiendo la distribución inicial de las temperaturas y condiciones en la frontera del cuerpo. En la superficie del cuerpo debe prefijarse la temperatura o el flujo de calor que proviene del medio exterior o bien se prefija la condición de intercambio calorífico (por ejemplo, según *la ley de Newton*, cuando las pérdidas de calor son proporcionales a la diferencia de las temperaturas del cuerpo y del medio circundante). Señalemos que entre los mecánicos se discutió vivamente la cuestión, qué condiciones es necesario prefijar en las orillas de la grieta: las mencionadas más arriba o algunas peculiares. La respuesta no puede ser unívoca, puesto que todo depende de las condiciones del contacto de las orillas de la grieta y del contenido de la propia grieta (a veces se tiene que resolver las tareas ligadas mutuamente con los problemas hidrodinámico o gasodinámico para el medio que llena la cavidad de la ruptura en el sólido).

La solución de los problemas sobre las grietas en los cuerpos calentados desigualmente está ligada con unas dificultades matemáticas bastante grandes incluso de los problemas que a primera vista parecen sencillos. Citemos varios resultados obtenidos bastante curiosos.

Por ejemplo, cuáles serán los coeficientes de la intensidad de las tensiones en el vértice de una grieta rectangular con longi-

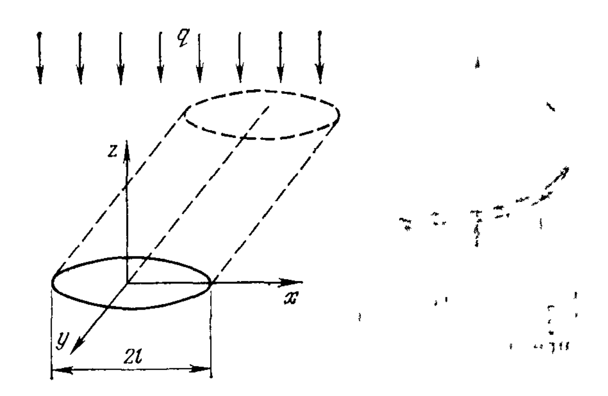


Fig. 108. Fisura plana en el espacio bajo la influencia del flujo térmico.

tud $2l$ en un cuerpo elástico ilimitado bajo la acción de un flujo térmico homogéneo continuo de intensidad q y perpendicular a la grieta. Se supone que la fisura está termoaislada y todo el cuerpo se encuentra en condiciones de una deformación plana (fig. 108). Resulta que en condiciones de semejantes tensiones térmicas se desarrolla la grieta de cizallamiento transversal *)

$K_I = K_{III} = 0$ y

$$K_{II}(\pm l) = \mp \frac{\alpha E \sqrt{\pi}}{4(1-\nu)k} ql\sqrt{l}. \qquad (93)$$

---

*) Recordemos que los signos $\mp$ tienen un carácter convencional, reflejan el hecho de que los cizallamientos en los vértices opuestos transcurren en direcciones contrarias.

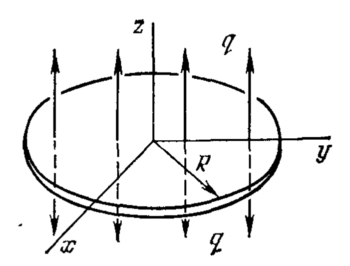


Fig. 109. Grieta en forma de disco en el espacio bajo la acción del flujo térmico que atraviesa sus superficies.

Imaginémonos ahora que el calor llega al cuerpo de una cavidad del defecto, digamos de una grieta en forma de disco con radio R (fig. 109). Una tarea análoga puede aparecer en la geofísica, al analizar el comportamiento de las rupturas en las rocas montañosas profundas. El cálculo indica que en el borde de la fisura van a observarse las condiciones de la ruptura normal ($K_{II} = K_{III} = 0$) y el coeficiente de la intensidad de las tensiones K_I se expresará mediante la intensidad prefijada del flujo térmico q mediante la fórmula muy parecida a la anterior (93):

$$K_I = \frac{\alpha E \sqrt{\pi}}{4(1-\nu)k} qR\sqrt{R}. \quad (94)$$

Pero si la cavidad de la grieta en forma de disco está calentada hasta una temperatura dada T_* y cargada con una presión inter-

na uniforme p, $K_I = K_{III} = 0$ y

$$K_I = \left(2p - \frac{\alpha E T_*}{1-\nu}\right)\sqrt{\frac{R}{\pi}}. \qquad (95)$$

Esta esxpresión muestra que el calentamiento puede contribuir a un incremento estable de la grieta, provocando un aumento del nivel de las presiones admisibles p_c y de las dimensiones tolerables del defecto R_c:

$$R_c = \frac{\pi K_{Ic}^2}{2p - \alpha E T_*/(1-\nu)},$$

$$p_c = \frac{K_{Ic}\sqrt{\pi}}{2\sqrt{R}} + \frac{\alpha E T_*}{2(1-\nu)}.$$

Claro que la solución de (95) permanece siendo válida sólo cuando el segundo miembro no es negativo. De lo contrario, la expresión (95) da un resultado absurdo $K_I < 0$, lo que significa que existe una penetración mutua de las orillas de la grieta por lo menos en la proximidad de su extremo. Mientras que en realidad $K_I < 0$ conduce a la necesidad de tener en cuenta el contacto de las orillas en ciertas inmediaciones del extremo de la grieta. Es curioso que la condición $K_I = 0$, correcta en sentido físico, se utiliza en la mecánica de la destrucción para determinar la posición de la frontera incógnita del contacto de las orillas.

Así, pues, el campo de temperatura influye de diferente manera sobre la grieta.

¿Cómo influye a su vez la propia grieta sobre el campo de temperatura?

Si la grieta es inmóvil, ella puede sólo perturbar el intercambio calorífico entre las partes del cuerpo que ésta divide. Pero la grieta en movimiento es una fuente potente de calor. En efecto, en la unidad de tiempo a su vértice fluye un flujo energético $G \cdot \dot{l}$ que, restando la energía superficial reversible $2\gamma\dot{l}$, se gasta en las deformaciones plásticas y la destrucción del material en una zona pequeña cerca del vértice de la grieta. El intercambio calorífico con el material circundante transcurre con lentitud y por eso la zona extremal se calienta hasta temperaturas bastante elevadas. Los cuadros de las isotermas en el vértice de la grieta para la ruptura normal que se mueven en el acero con una velocidad de 1 m/s y 100 m/s (fig. 110, *a* y *b*) están obtenidos mediante el cálculo. Ellos muestran un calentamiento extremadamente alto y en una zona sumamente pequeña en el vértice de la grieta (la temperatura lejos de éste es de 0 °C). Las mediciones con ayuda de los termopares indican el aumento de la temperatura en 1 °C a una distancia aproximadamente de 1 milímetro y ya en 130 °C a una distancia de 30 micrómetros respecto al vértice de la grieta que se desplaza por el acero con una velocidad de 10 m/s. Pero ya más cerca del vértice de la grieta es imposible medir, aplicando este método. Mientras tanto los métodos ópticos testimonian el

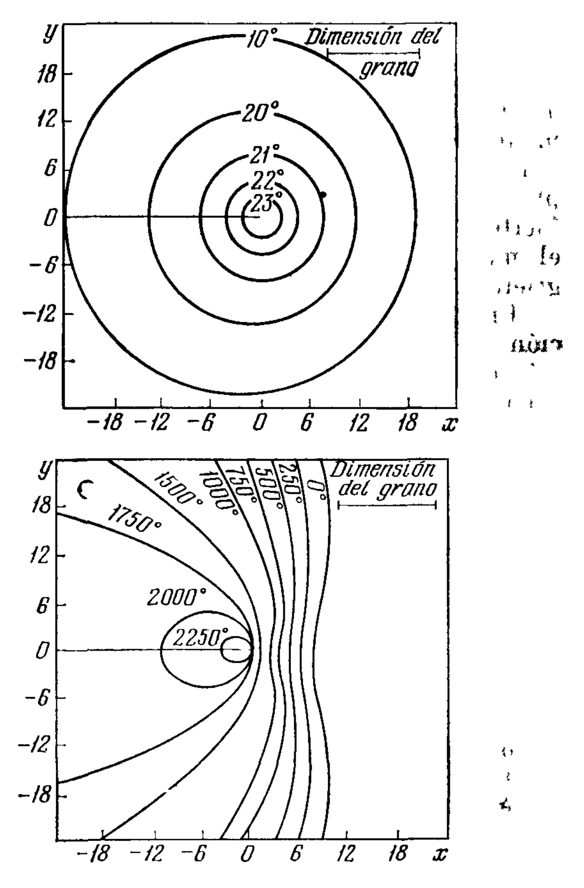


Fig. 110. Campos de isotermas en la proximidad del vértice de la grieta (el punto $x = 0$, $y = 0$) para las velocidades del movimiento de la grieta de 1 m/s (*a*) y 100 m/s (*b*). La escala de la representación es de 1 división por 1 micrómetro (10^{-6} m), para la comparación se adjunta la dimensión típica del grano de acero.

calentamiento de 230° en el vidrio orgánico (PMMA), de 1900° en el vidrio y de 4400° en el cuarzo, claro que a distancias microscópicas del vértice de la grieta «volante». Este hecho es precisamente la explicación del porqué un calentamiento tan fuerte no es capaz de por sí mismo fundir el material que rodea el vértice de la grieta y detenerla.

En muchas ramas, o sea, en la construcción de maquinaria atómica, en la construcción de motores, etc., es necesario tener en cuenta las tensiones que surgen, al cambiar de repente la temperatura. La acción de dichas tensiones es de un tiempo corto, pero son grandes y pueden conducir a una destrucción frágil o a la fatiga térmica de las construcciones. Los cambios rápidos de la temperatura surgen en situaciones de avería, por ejemplo, al parar de repente el reactor nuclear. Éstos se crean también durante las puestas en funcionamiento y paradas de los grupos. Así, al poner en funcionamiento el motor en las paredes de la cámara de combustión aparecen tensiones termoelásticas dinámicas. Ellas son máximas durante la primera ráfaga de combustión, mientras que el motor está frío. El tiempo de combustión es pequeño (del orden de 10^{-5} s), por eso surge el problema de determinar las tensiones durante el aumento breve (o reducción) de la temperatura de la superficie.

Como ejemplo examinemos el problema de un choque térmico en un plano con corte.

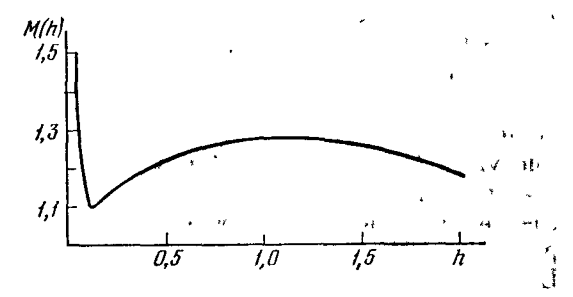


Fig. 111. Gráfica de la función M (h) que figura en la fórmula (96).

Supongamos que en el momento inicial el plano posee una temperatura nula y en el corte surge instantáneamente y a continuación se mantiene una temperatura negativa $-T_0$. Entonces el coeficiente de la intensidad de las tensiones de cizallamiento K_{II} es idénticamente igual a cero y

$$K_I(t) = \frac{E\alpha T_0}{6(1-\nu)} \lambda^{1/2} t^{1/4} M\left(\frac{\lambda}{c_1 t^{1/2}}\right). \qquad (96)$$

Aquí c_1 es la velocidad de las ondas elásticas de dilatación y M, la función, cuya gráfica para $\nu = 0{,}3$ se representa en la fig. 111. Partiendo de la fórmula (96) y el criterio de la destrucción frágil $K_I = K_{Ic}$, se deduce que para el choque térmico el tiempo hasta el comienzo de la destrucción frágil depende de la relación $(K_{Ic}/T_0)^m$, con la particularidad de que $2 < m < 4$. Puede mostrarse que semejantes estimacio-

nes son válidas para un cuerpo de dimensiones finitas y cualesquiera formas. Señalemos que la magnitud c_1 apareció en la fórmula (96) no por casualidad. Durante el choque térmico la zona (o el punto), en la que varía bruscamente la temperatura, representa un generador de las ondas elásticas de dilatación—compresión que se propagan (claro que con una velocidad c_1). La fig. 112 representa una onda semejante de dilatación que va hacia adentro del semiespacio $x \geqslant 0$ desde la superficie $x = 0$ calentada de repente en ΔT grados. Las tensiones termoelásticas dinámicas máximas durante el salto, supongamos de 100 °C, tienen el orden de unos centenares de MPa y pueden influir esencialmente sobre la resistencia mecánica de las piezas.

Imaginémonos ahora que en un plano con corte surge instantáneamente una fuente de calor. ¿Cómo influirá semejante ráfaga sobre el comportamiento de la grieta en los momentos iniciales de tiempo más peligrosos? ¿Qué disposición de la ráfaga respecto al vértice de la grieta conduce a los valores positivos de K_I y qué disposición, a los negativos? En otras palabras, ¿qué posición del defecto con relación al punto de calentamiento es peligroso desde el punto de vista de la propensión a la destrucción frágil? Verbigracia, para un cuerpo con un corte semiinfinito los valores positivos de K_I surgen cuando la fuente de calor se encuentra en el sector $-\pi/4 \leqslant \varphi \leqslant \pi/4$ simétrico respecto a la línea de continuación del cor-

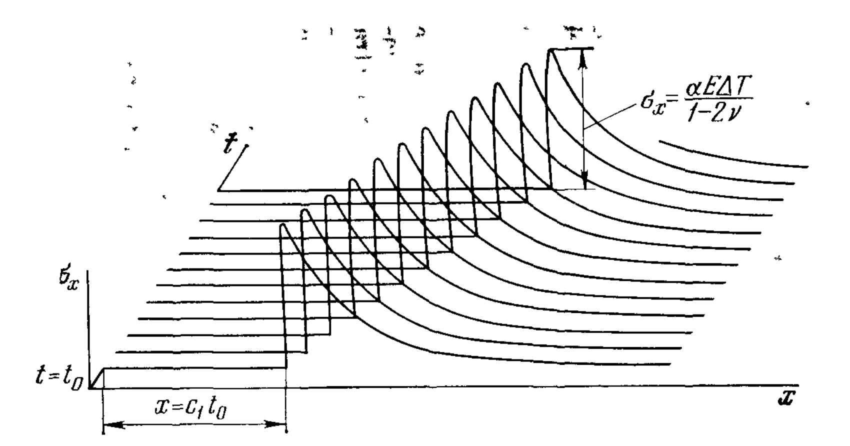


Fig. 112. La onda de las tensiones termoelásticas durante el choque térmico (un calentamiento o enfriamiento repentino de la frontera $x = 0$ en el momento $t = 0$ en ΔT grados) penetra hacia adentro del semiespacio con una velocidad de onda elástica de dilatación—compresión c_1.

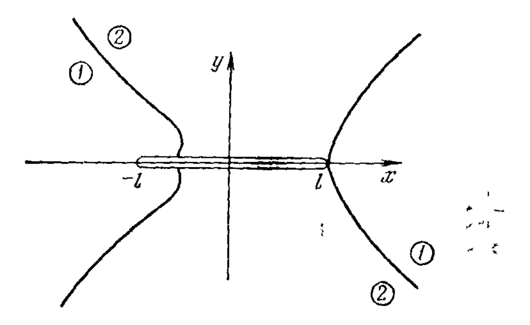


Fig. 113. Si una fuente puntual de calor se encuentra en las zonas *1*, en el extremo derecho del corte $x = +l$ surgen las tensiones de tracción ($K_I > 0$), pero si la colocamos en la zona *2*, en el extremo derecho las tensiones se convierten en comprimibles ($K_I < 0$).

te. Para un problema análogo sobre el corte de longitud finita ($-l$, l) el cuadro se complica en gran medida. La fig. 113 muestra las zonas en las que la aparición de la fuente de calor provoca en el extremo derecho del corte los valores positivos y negativos de K_I. Es curioso que la fuente térmica, próxima a uno de los vértices de la grieta, creando en las inmediaciones de ésta unas tensiones de compresión, puede causar en la proximidad del otro extremo unas tensiones peligrosas de tracción.

CAPÍTULO V.

Algunas aplicaciones de la mecánica de la destrucción

§ 28. ¿Cómo se detiene el movimiento de la grieta?

Nosotros ya hemos comprendido los mecanismos principales del movimiento de la grieta, de dónde proviene la energía que se gasta en el incremento de la grieta, podemos calcular el nivel de las tensiones seguras de funcionamiento, así como la durabilidad de las construcciones reales con defectos. Hablemos un poco sobre las direcciones básicas de las investigaciones relacionadas con la vitalidad de la construcción y estimemos estos esfuerzos desde el punto de vista de la mecánica de la destrucción. Sin duda alguna que en una construcción bien proyectada debe organizarse una defensa escalonada profundamente contra el ataque de las grietas, con la particularidad de que la «guerra» debe llevarse en cada frontera.

Ya se habló brevemente de las medidas que deben tomarse cuando los defectos que no son peligrosos y crecen con lentitud, comienzan a aproximarse a los valores críticos. Pero intentemos comprender qué es lo que hay que hacer con la construcción que contiene un defecto peligroso. En el caso estático puede pensarse sobre la repa-

ración de la construcción (lo que a veces resulta ser una tarea también muy compleja desde el punto de vista teórico e ingenieril), mientras que en el caso dinámico el problema se complica en mucho, pues ya se trata de frenar (en el transcurso de unos microsegundos) la grieta lanzada con una velocidad enorme en las condiciones de las cargas posibles de impacto. Incluso se formó una idea sobre la imposibilidad en principio de frenar la extensión que comenzó con rapidez y en avalancha de la grieta. Sin embargo, la situación aquí no es del todo desesperada. Primero, para las grietas en extensión pueden confeccionarse trampas que captan la grieta progresiva, segundo, en la fase actual del desarrollo de la electrónica puede hablarse de los servosistemas capaces de notar a tiempo semejante grieta, conectar el ordenador para pronosticar su movimiento y a continuación un mecanismo de frenado de la destrucción. Claro que la confección de las trampas simples que detienen la destrucción es más sencilla y barata, pero la creación de sistemas fiables antidefectuosos, aunque sean caros, representa de por sí una tarea vitalmente importante, sobre todo cuando se trata de obras únicas y (o) de la seguridad de la gente.

Detengámonos en algunos problemas de reparación. En esta esfera uno de los métodos más difundidos es la instalación de las nervaduras de refuerzo complementarias llamadas en algunos casos *larguerillos.* Además de asegurar la estabilidad, pueden

garantizar la seguridad de la construcción con defectos, de ello ya hablamos en el § 13. Claro que los larguerillos se colocan con frecuencia de antemano, creando obstáculos en el camino posible de la extensión de las grietas en los lugares «vulnerables» de la construcción. Los larguerillos son predilectos sobre todo para los ingenieros de aviación, ya que necesitan asegurar la integridad de la nave incluzo con una cantidad considerable de deterioros, con la particularidad de que sucede eso en las condiciones del peso mínimo posible, incluyendo los refuerzos. Ustedes claro que prestaron atención a una serie de remaches que cubren la superficie del fuselaje y de las alas: con ellos se sujetan los numerosos larguerillos en forma de franjas finas a las hojas metálicas anchas de la construcción básica.

A la par con los larguerillos corrientes pueden aplicarse los denominados *remiendos-duplicadores* o *remiendos de reparación* soldados, encolados o remachados a la construcción. En muchos casos éstos, además de frenar las grietas, pueden asegurar la hermeticidad, la resistencia local de la construcción, la protección contra la corrosión, etc., es decir, efectuar varias funciones útiles al mismo tiempo, restaurando la construcción averiada. Respecto a eso son de una perspectiva singular los remiendos de materiales plásticos reforzados.

Sobre la eficacia del remiendo de reparación puede juzgarse por los resultados del cálculo numérico del coeficiente de la inten-

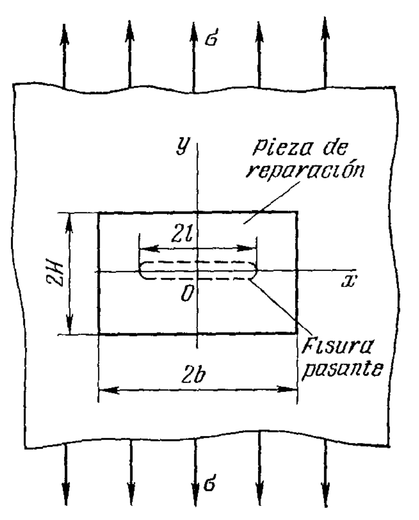


Fig. 114. A una hoja con grieta transparente está remachado un remiendo de reparación.

sidad de las tensiones K en el vértice de la grieta transparente con longitud $2l$ en una hoja fina que tiene un remiendo rectangular remachado con una anchura $2b$ y altura $2H$ (fig. 114).

La fig. 115 representa las dependencias adimensionales del coeficiente de la intensidad de las tensiones K ($K_0 = \sigma\sqrt{\pi l}$ es el coeficiente de la intensidad de la hoja sin reforzar) respecto a la longitud de la grieta. Ellas muestran que solamente el remiendo que cubre por completo la grieta puede reducir en un grado considerable el coeficiente de la intensidad, además, en

semejante unión los mejores resultados se obtienen para los remiendos y remaches relativamente más rígidos. Señalemos otra cosa más que es mejor colocar los remiendos por los ambos lados de la hoja en forma simétrica, de lo contrario aparecen ciertas tensiones de flexión que pueden reducir o liquidar totalmente el efecto reforzado del remiendo.

También pueden conducir a unos resultados positivos las operaciones contrarias, o sea, no el reforzamiento de la construcción defectuosa, sino su «debilitamiento», es decir, la perforación de orificios complementarios de descarga en los vértices de la grieta. A nadie le vendrá a la cabeza la idea de perforar sin necesidad alguna una construcción antes de aparecer la grieta, pues las personas observadoras saben que al llegar al orificio la grieta acelera bastante su marcha. Otra cosa es cuando el orificio de descarga se perfora en el extremo de la grieta después de detectarla. La eficacia de dicho procedimiento, conocido por los prácticos, se determina por factores de diverso género: eliminando el carácter singular de las tensiones y del material más deteriorado en el extremo de la grieta; surgiendo las tensiones comprimibles residuales durante el tratamiento en frío y disminuyendo la sensibilidad del material a la concentración de las tensiones, etc.

Se sabe que el coeficiente de la intensidad de las tensiones se determina principalmente por la longitud del concentrador y el radio de curvatura de su contorno en el pun-

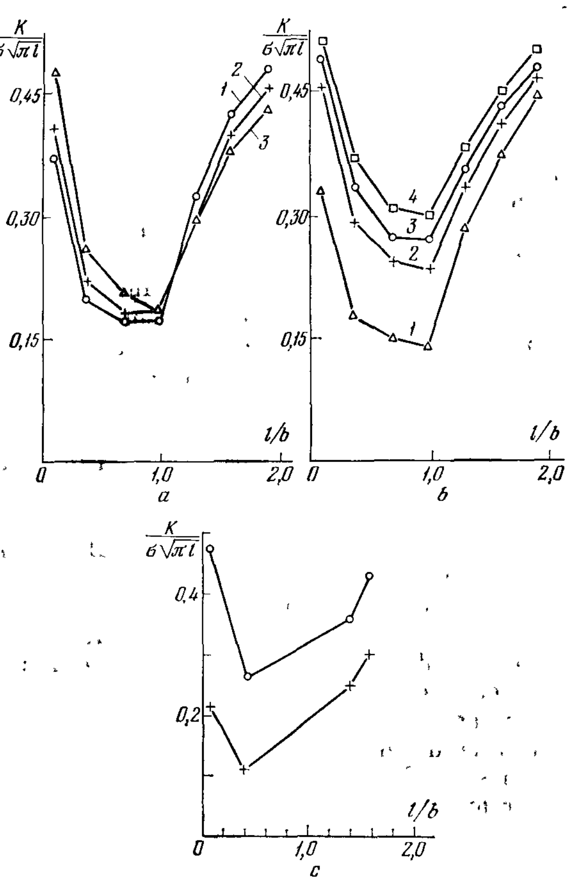


Fig. 115. Coeficientes de la intensidad de las tensiones en una hoja con grieta y remiendo de reparación:

a) influencia de las dimensiones del remiendo;
1 — $H/b = 0{,}6$; *2* — $H/b = 1$; *3* — $H/b = 2$,

b) influencia de la rigidez de los remaches (el remiendo es cuadrado);
1, absolutamente rígidos; *2*, *3* y *4*, la compresibilidad de los remaches aumenta;

c) influencia de la rigidez del remiendo (éste es cuadrado);
1, más rígido; *2*, menos rígido.

to de aplicación de las tensiones máximas. Eso permite, en algunos casos, al determinar la concentración de las tensionas sustituir el concentrador a estudiar por uno equivalente, cuya solución se conoce. Puede introducirse el concepto de «elipse equivalente» (corte elíptico equivalente) que permite definir el coeficiente máximo de la concentración de las tensiones para un concentrador en forma de grieta con orificios en sus extremos en una placa infinita (semiinfinita) durante la tracción. Cerca del concentrador se describe una elipse (semielipse) con un eje grande (semieje) igual a la longitud del concentrador y con un radio mínimo de curvatura en el vértice de la grieta igual al radio del orificio. En la fig. 116 se citan los coeficientes de la concentración de las tensiones en el contorno del orificio de descarga obtenidos al resolver las tareas correspondientes, aplicando los métodos de la teoría de la elasticidad y la fórmula de la «elipse equivalente», que conforme a (39) tiene el siguiente aspecto

$$K = \frac{\sigma_y}{\sigma_0} = 1 + 2\sqrt{\frac{l}{r}} + 1. \qquad (97)$$

Las gráficas representadas indican la aproximación K usada en los cálculos prácticos según la fórmula (97).

Para reforzar la acción de descarga del orificio a veces se les incrusta con esfuerzo unas arandelas, remaches o pernos que originan la compresión en el material circundante. Y es que uno de los métodos más efi-

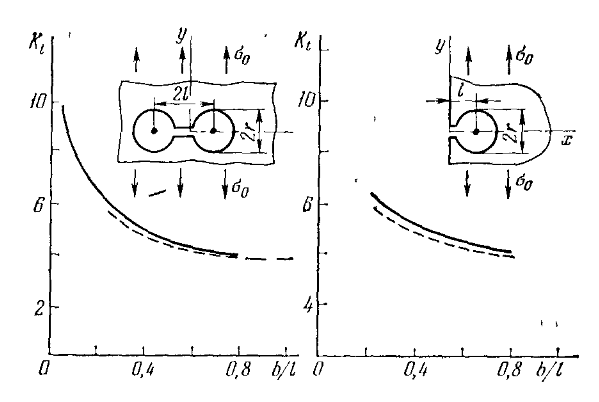


Fig. 116. Coeficientes de la concentración de las tensiones en los orificios de descarga:

a) grieta interna,
b) grieta extrema. Aquí la línea continua es el cálculo según los métodos de la teoría de la elasticidad; la línea a trazos, según el método de elipse equivalente.

caces de luchar contra la formación y el movimiento de las grietas es crear en el material unas tensiones comprimibles que obstaculizan el suministro de energía al vértice de la grieta. Esta idea tiene ya más de cien años, con la particularidad de que el comienzo de la aplicación de las tensiones comprimibles está fechado con 1861 y relacionado con el nombre del ingeniero ruso Gadolin y su «tecnología de unión de las piezas de artillería». Ésta se fundamenta en la creación de una compresión previa en el cañón debido al ajuste de anillos calientes. Después de enfriarse, las tensiones de tracción se concentraban en los anillos, mientras que en la construcción básica, incluyendo

las superficies del cañón rayado, se creaba una compresión. Este principio se repite en muchas variantes, en calidad de elemento a estirar pueden servir un alambre de alta resistencia mecánica enrollado en la superficie de un recipiente de presión, el esqueleto del hormigón armado pretensado, las capas internas de vidrio en un vaso de vidrio templado o el ya conocido larguerillo-remiendo. Al caer en la zona de las tensiones comprimibles cerca del larguerillo, la grieta inestable puede convertirse en estable (véase el § 13).

Otro método conocido del frenado y posiblemente de la parada de la grieta que forma la base de muchas soluciones técnicas es la creación de una superficie de separación en el camino del movimiento de la fisura. En semejante superficie de separación los enlaces entre las partículas del cuerpo se debilitan, pero precisamente esta «fragilidad» aumenta la viscosidad del material y su resistencia a la propagación de las grietas. Examinando la concentración de la tensión en las inmediaciones del orificio elíptico, hemos visto que, además del máximo de las tensiones de la ruptura normal en el vértice de la grieta, a cierta distancia delante de su extremo se observa una cresta de tensiones de dilatación en sentido paralelo a la línea de la fisura. Dicha cresta es varias veces menor (en un material isótropo es, aproximadamente, unas 5 veces), pero estas tensiones pueden ser suficientes para provocar una ruptura trans-

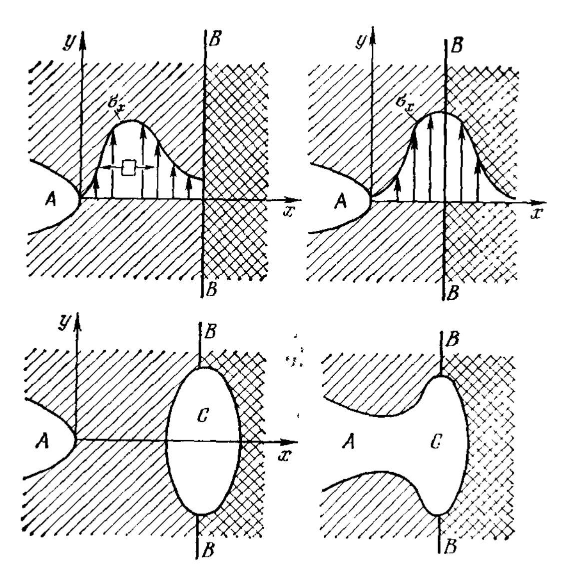


Fig. 117. Mecanismo de frenado de la grieta en la superficie de separación según Cook — Gordon: *1*, la cresta de tensiones delante del vértice de la grieta aún no se acercó a la superficie de separación; *2*, las tensiones de cresta rompen el material en la parte de la superficie de separación; *3*, se forma una grieta transversal; *4*, la grieta fundamental crece hasta la transversal, se forma una grieta en T obtusa. *A* es la grieta fundamental, *B*, la superficie de separación, *C*, la grieta secundaria.

versal en la superficie de separación que capta la grieta principal y, despuntándola, la frena. En la fig. 117 se representa de manera esquemática la posible sucesión de los acontecimientos. Semejante mecanismo de frenado de las fisuras se llama por el nombre de los científicos que lo explicaron, *mecanismo de frenado según Cook—Gordon.* Pero

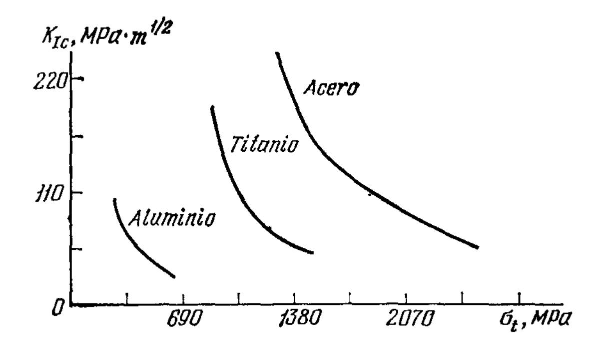


Fig. 118. Dependencia entre la viscosidad de destrucción y el límite de fluencia para los materiales metálicos tipo.

en realidad este mecanismo lo inventó la propia Naturaleza. En los materiales biológicos, verbigracia, en un hueso o en la madera puede haber una cantidad de superficies de separación internas que no debilitan el material en total, sino que lo refuerzan haciéndolo viscoso. Por fortuna, en semejantes materiales no existe el fenómeno negativo que conocen los experimentadores que obliga en los metales por el aumento del límite de fluencia σ_f a pagar con la reducción de la resistencia a las grietas K_{Ic} (fig. 118).

El mecanismo de frenado copiado de la naturaleza asegura una resistencia record a las grietas en las composiciones artificiales. Incluso si semejante material de composición consta de fibras frágiles de vidrio, sumergidas en la resina frágil epoxi, posee

una viscosidad grande de destrucción a causa de numerosos frenados de la grieta principal en las superficies de separación de las fibras y el aglomerante (fig. 119). El cálculo del estado de tensión en el vértice de la grieta secundaria de la partición muestra que la partición creciente paulatinamente se transforma de la grieta de ruptura normal (K_I) en la fisura de cizallamiento transversal (K_{II}). Por lo general, la viscosidad de destrucción por el cizallamiento K_{IIc} es mayor que la viscosidad de destrucción por el desprendimiento K_{Ic}, lo que significa que la partición gasta más energía. La partición origina una concentración de las tensiones en las fibras vecinas y cuando ella se extiende hasta el lugar, donde la resistencia mecánica de la fibra es reducida, rompe la fibra, mientras que la destrucción por desprendimiento seguirá hacia adelante hasta que se frene por otra superficie de separación (fig. 119).

El papel de las superficies de separación en la construcción de los recubrimientos de hormigón asfaltado de las carreteras se manifiesta de una manera singular. Seguramente Ustedes se han fijado en la red de grietas que cubren los caminos. Por regla general, estas grietas se forman en primavera o en otoño cuando aún hace frío o ya hace bastante frío, lo que significa que el recubrimiento es más frágil y al mismo tiempo el suelo en el que yace la carretera, está saturado de agua y posee mayor flexibilidad. A continuación, la vía se desmenudiza bajo

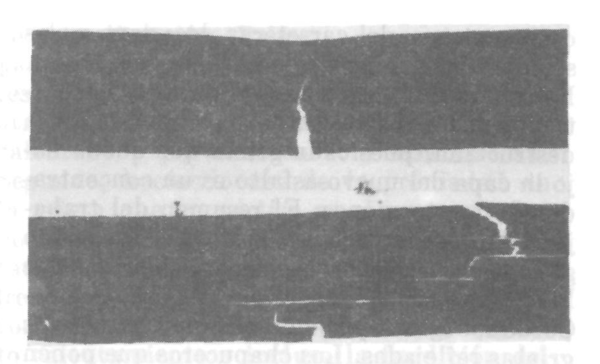


Fig. 119. Cuadro típico de la destrucción:
(*a*), para los materiales con superficies débiles (materiales de composición, madera) y (*b*), para los materiales homogéneos (metal, vidrio).

las ruedas de los automóviles y creo que no se necesita explicarles lo que significan las carreteras malas. He aquí los constructores de carreteras que están resolviendo una tarea económico-ingenieril compleja. ¿Poner una capa de asfalto nuevo simplemente por arriba o posiblemente quitar la capa agrietada (o parte de ella) y cuánto va a durar la carretera despues de la reparación? Además, es necesario tener en cuenta la escasez de la mano de obra, el encarecimiento del asfalto (a causa de la subida de los precios por el petróleo) multiplicado por miles de kilómetros de carreteras, etc., etc. No hay más que hacer un error en los cálculos y con una rapidez mucho mayor de la que quisieramos aparece el dibujo conocido en la superficie de los caminos: la red de grietas será la repetición exacta de la vieja (los

constructores de carreteras les dan a las semejantes grietas el nombre *de reflejadas*). Este fenómeno se explica fácilmente, partiendo de las posiciones de la mecánica de la destrucción, pues cada grieta que queda bajo la capa del nuevo asfalto es un concentrador de las tensiones. El resumen del trabajo de los constructores aplicados es por lo general la adhesión demasiado fuerte entre las capas, lo que conduce según Cook—Cordón, a la aparición prematura de las grietas reflejadas. Los chapuceros que ponen el asfalto sobre los charcos, también obtienen un resultado deplorable. Por lo visto, la verdad se encuentra en el medio de esos dos trabajos. En efecto, la utilización de una capa intercalada fina de goma y betún que posee una resistencia mecánica no elevada, pero gran viscosidad, da unos resultados muy buenos.

En el § 1 hablamos mucho sobre la destrucción de los buques. Pues los constructores de barcos en los años de la postguerra comenzaron a luchar contra el problema de la ruptura del cuerpo del barco, creando uniones con remiendos. Estas uniones remachadas o soldadas llamadas, generalmente, *juntas de barrera* son también unas trampas exitosas de las grietas peligrosas.

El problema del frenado de las grietas rápidas mediante una acción activa según la instrucción de los captadores que detectan su recorrido en avalancha es cosa de un futuro próximo. Ya en la actualidad se llevan a cabo unas investigaciones intensas

en esta dirección. Primero, la grieta puede pararse por medio de las fuentes térmicas, resulta que ella como una mariposa que se atrae por la luz, da la vuelta hacia la zona calentada y por consecuencia más viscosa. Segundo, haciendo uso de la propiedad de la grieta que su vértice es el concentrador no sólo de las tensiones mecánicas, sino también de la corriente eléctrica, es posible frenar la grieta mediante un impulso de corriente. Y es que este último origina cierto calentamiento e incluso la fundición del material en las inmediaciones del vértice de la grieta. Tercero, actuando con ondas elásticas sobre una grieta rápida, se puede obligarla a ramificarse, pues cada ramificación es una reducción de la velocidad a veces en varios kilómetros por segundo, hasta la completa parada. En el arsenal de los científicos existen los potentes campos magnéticos y eléctricos y otros medios más exóticos de influencia. El trabajo de salvar la construcción que «se agoniza» continúa...

§ 29. Mecánica de la destrucción y problemas de la energética

Nuestra excursión por las aplicaciones prácticas de los alcances de la mecánica moderna de la destrucción puede parecer, en cierto grado, abigarrada, pues a la par con unos problemas muy importantes y de gran escala surgen tareas no tan importantes, pero desde mi punto de vista, muy cu-

riosas y aleccionadoras. En un libro al alcance de todos probablemente es imposible reflejar toda la variedad de las cuestiones aplicables de la mecánica de la destrucción, situándolas, además, por el grado de su importancia. Por eso decidí detenerme, ante todo, en las con que choqué yo mismo.

Durante largo tiempo participo en la elaboración de una parte muy significativa de la mecánica de la destrucción, o sea, de la mecánica aplicable de la destrucción de los elementos del equipo energético en las termoeléctricas (CTE) *).Puede que sea un poco parcial, pero no puedo contenerme en afirmar que este problema es de gran escala, importante e instructivo.

Las CTE dan una parte considerable de la energía eléctrica, las potencias de las instalaciones energéticas crecen constantemente y en la actualidad la turbina de la CTE es una obra enorme que pesa de 10 a 60 toneladas, con una longitud de 3 a 6 metros y un cuerpo masivo de un grosor de 10 a 40 centímetros, asimismo un rotor enteramente forjado con un grosor de 20...30 centímetros. La *duración de vida de proyecto* *) de las turbinas existentes es de 100 mil horas (aproximadamente, unos 11,5 años), no obstante, la solución del

---

*) El autor del presente libro fue galardonado con el Premio del Consejo de Ministros de la URSS por el trabajo «Elaboración e introducción de los principios del cálculo y aumento de la resistencia mecánica del equipo energético según los criterios de la resistencia a las grietas».—(*N. del R.*).

programa energético nacional requiere aumentar la *duración de vida límite* *) hasta las 200 mil horas. Además, es indispensable parar la turbina lo más poco posible para la reparación, pues a los gastos de la propia reparación se añaden las enormes pérdidas del paro forzoso. También es necesario utilizar las instalaciones energéticas para regular la carga que varía constantemente de los sistemas energéticos, a pesar de que la mayoría de ellos se elaboran sin tener en cuenta el funcionamiento durante un cargamento de ciclos pequeños que está siempre enlazado con el régimen variable del trabajo.

Los métodos tradicionales en asegurar la resistencia mecánica de los rotores y cuerpos de las turbinas resultaron totalmente insuficientes a consecuencia de que deben funcionar largo tiempo, habiendo unas influencias termomecánicas variables e intensas que durante la explotación conducen al desarrollo de los macrodefectos iniciales.

---

*) Empleamos el término «*duración de vida útil*» admitido en la energética en el significado del «período de explotación segura» o «capacidad de un funcionamiento seguro en el transcurso del período dado», a pesar de que los ingenieros con frecuencia le atribuyen diversos matices complementarios. *La duración de vida límite* o *de proyecto* es el tiempo calculado de funcionamiento del nuevo elemento de la construcción, después del cual éste debe ser desechado o restaurado. *La duración de vida de interreparación* es el tiempo calculado entre las paradas planificadas para la reparación y la *duración de vida residual* es el tiempo calculado hasta la destrucción total.

Una definición fiable del tiempo del funcionamiento seguro y de la duración de vida residual de los rotores o elementos de cuerpos puede darse sólo, al emplear los métodos teóricos de la mecánica de la destrucción en combinación con los experimentales, particularmente con los métodos diagnósticos.

Los saltos de las tensiones en los rotores y cuerpos de las turbinas pueden alcanzar $0{,}5\sigma_f$ en la superficie de los concentradores de las tensiones. Por eso la parte integrante principal de la solución del problema del cálculo de su duración de vida útil es la creación de un juego de programas fiables por los cuales el ordenador con una precisión aceptable para el ingeniero (digamos no menos de un 10 por 100) puede determinar las tensiones, deformaciones y naturalmente los coeficientes de la intensidad de las tensiones en el elemento de la construcción con una grieta creciente. El cálculo del estado de deformación tensa, teniendo en cuenta la plasticidad y los efectos de temperatura, es muy complejo, pero se puede efectuarlo con éxito, por ejemplo, aplicando el método de elementos finitos que expusimos brevemente en el § 15. Este método formaba la base de nuestros cálculos del recurso de las piezas de las turbinas. El esquema de elementos finitos del cálculo del rotor para la turbina de vapor de una central térmica es muy parecido al esquema citado arriba para calcular el rotor de la turbina de gas (figs. 58 y 59). En la fig. 120 que representa una parte del cuerpo de la

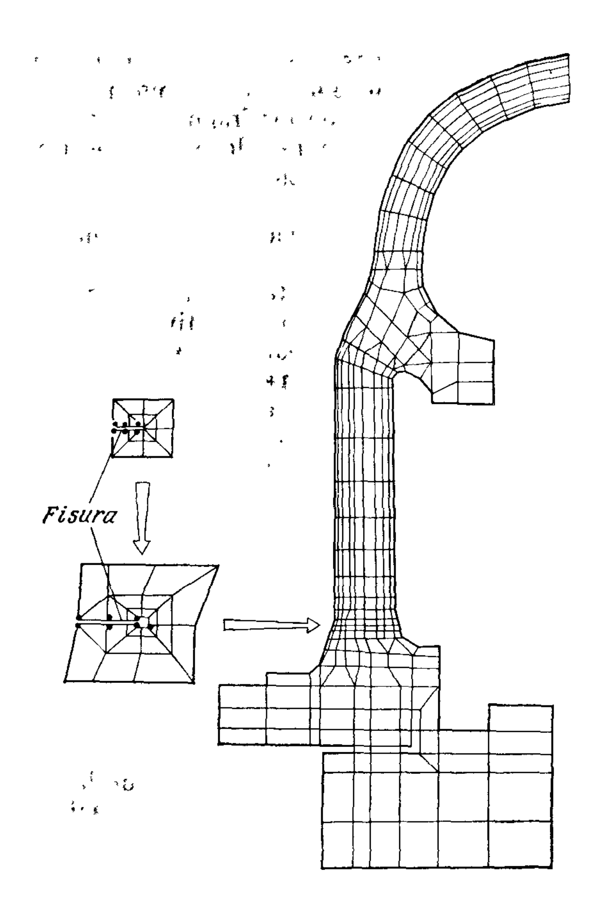


Fig. 120. Modelo de elementos finitos del cuerpo de una válvula de retención que posee una grieta.

válvula de retención de la turbina puede verse que aquí se usan los mismos principios de introducción de los fragmentos de la red con grietas en la red de elementos finitos que simula el objeto sin defectos.

Los cálculos de elementos finitos del rotor permiten obtener las dependencias de las características en derivación (o eléctricas) y del coeficiente de la intensidad de las tensiones respecto a las dimensiones relativas de la grieta, geometría y al esquema de cargamento. Esas dependencias permiten estimar la cantidad tolerable de ciclos de cargamentos antes de aparecer la macrogrieta y la cantidad admisible de ciclos de cargamento en la fase de su desarrollo lento hasta el momento de la destrucción frágil, por una parte, y por la otra, organizar la diagnosis de explotación del rotor. Para diagnosticar es muy cómodo, verbigracia, el método llamado de *vibrodiagnosis* que permite según las mediciones de las frecuencias propias y formas de las oscilaciones controlar el incremento de las grietas ocultas.

El experimento matemático de la determinación del recurso de interreparación para los elementos de cuerpo se adiciona por la experiencia natural. En el lugar donde el cuerpo tiene el coeficiente mínimo de seguridad se efectúa un corte artificial perpendicularmente a la línea de acción de la tensión máxima de dilatación. Su profundidad tiene el orden de la dimensión de la zona de plasticidad, la longitud supera 2...10

veces la profundidad y el radio de la base del corte no supera 0,1 mm. La pieza con semejante corte artificial funciona en las condiciones de una central térmica real, claro que estando controlada la dimensión de la grieta con métodos defectoscópicos. La duración de vida útil se considera agotada si la profundidad de la grieta alcanza el valor de unos 45...65 por 100 del grosor de la pared. Este tamaño crítico fue definido experimentalmente, con la particularidad de que se estableció que la eliminación de la grieta de este tamaño, incluso soldando posteriormente, no garantiza de la posible destrucción frágil de la pieza. Como consecuencia de la síntesis de los resultados del experimento matemático y natural surge una metodología más fiable para determinar la duración de vida útil de las piezas masivas reales con macrodefectos que funcionan en condiciones complejas.

Los parámetros que describen el proceso del desarrollo estable de la grieta (por ejemplo, las constantes en la ley de Paris) pueden definirse en las pruebas termomecánicas seminaturales de unas muestras especiales, mientras que los parámetros de la resistencia a las grietas resulta más cómodo y seguro determinarlos no por las muestras estándares, sino calculando, partiendo de las dimensiones de los defectos más peligrosos que se detectan durante la reparación de las instalaciones energéticas. Semejante método de tratamiento de las construcciones naturales permite obtener una esti-

mación *) más argumentada de la resistencia a las grietas que toma en consideración la existencia de las soldaduras de reparación, los medios corrosivos, las peculiaridades del ciclo real de cargamento, etc.

Para determinar la resistencia a las grietas de los rotores de las turbinas de vapor tuvo gran perspectiva la instalación de *muestras-testigos* (fig. 121). Semejantes muestras contienen una grieta de fatiga orientada en la dirección más peligrosa. La construcción de la muestra que se coloca en la zona a investigar del rotor (por ejemplo, en la cavidad central) debe asegurar en ella las mismas cargas termomecánicas que en la zona en cuestión. Los captadores especiales controlan constantemente el estado de la muestra-testigo durante el funcionamiento de la turbina. La destrucción completa de la muestra no influye en la fiabilidad del trabajo de la instalación energética.

Los logros de la mecánica de la destrucción ayudan no sólo a pronosticar la duración de la vida útil de las turbinas, sino también a elaborar los procedimientos de la restauración de la vida útil de los rotores durante la reparación general después de cada 60...100 mil horas de explotación, así como las medidas constructivas de elevar la duración de la vida residual de los rotores y los cuerpos de las turbinas. Sin los

*) Por regla general el método ofrece la estimación inferior, pues se examinan las piezas de las turbinas que no se han destruido definitivamente.

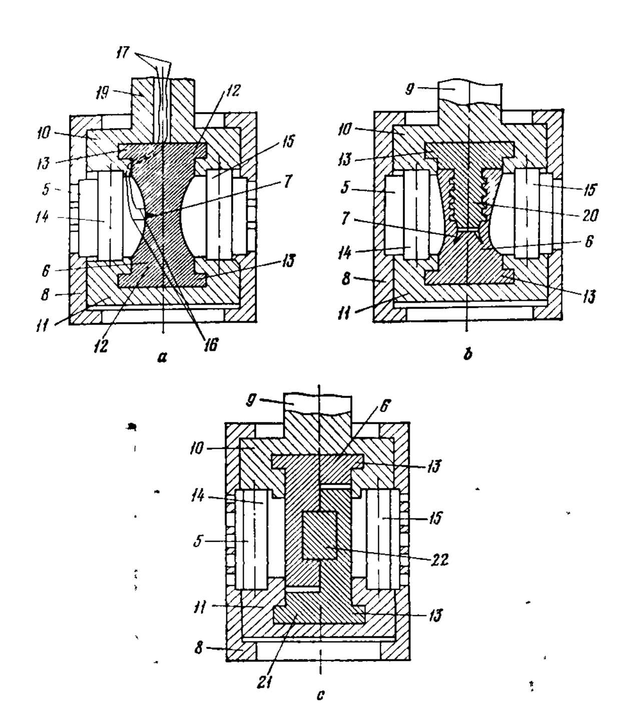


Fig. 121. Muestra-testigo para precisar la velocidad del desarrollo de los deterioros corrosivos de los elementos del rotor:

a, muestra del metal del rotor en explotación con deterioros corrosivos; *b*, muestra que simula la unión de la cola de la paleta con el disco del rotor; *c*, muestra que simula la unión por chaveta del disco con el árbol. *5*, captador del deterioro; *6*, muestra-testigo; *7*, defecto; *8*, funda perforada; *9*, vástago instalado desmontable fijado en el cuerpo; *10* y *11*, agarres; *12* y *17*, salientes de la muestra; *14* y *15*, montantes distanciadores; *16* y *17*, electrodos y cables, para controlar el desarrollo del defecto aplicando el método de electropotencial, unidos con la fuente de corriente *18* y con el potenciómetro *19*; *20*, modelo de la cola de la paleta; *21*, modelo de la zona al ajuste de la chaveta en el árbol del rotor; *6*, modelo de la chaveta.

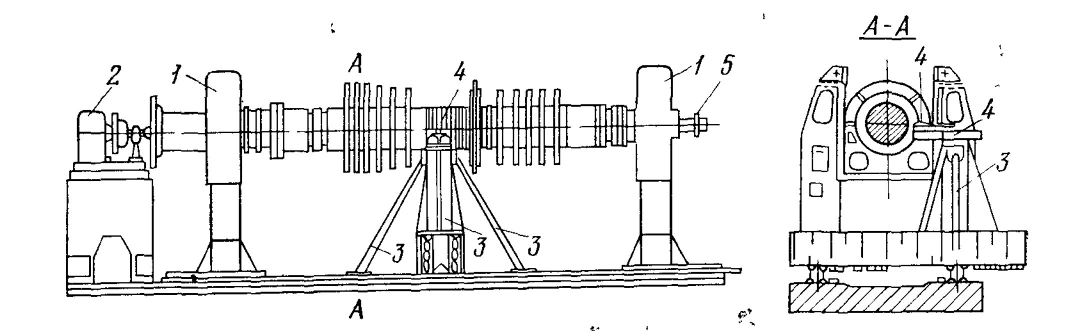


Fig. 122. Dispositivo para restablecer el recurso de los rotores.
1, apoyos del rotor; *2*, accionamiento de marcha lenta (4 rpm) para maquinado mecánico del rotor; *3*, montante para instalar el soporte y la rectificadora; *4*, carro; *5*, fijador de la posición axial del rotor.

cálculos teóricos e investigaciones defectoscópicas es imposible determinar argumentadamente, por ejemplo, el grosor de la capa superficial averiada que debe quitarse en un dispositivo especial de pulir (fig. 122). Los cálculos teóricos permitieron proponer un dispositivo de cavidades especiales en *T* de descarga para reducir las tensiones axiales de temperatura en las zonas más peligrosas o un sistema de regulación óptima de semejantes tensiones, calentando las uniones embridadas del cuerpo de la turbina.

El éxito en la solución del problema complejo de aumentar el funcionamiento seguro de los rotores y elementos de cuerpo de las turbinas en las CTE se pudo lograr sólo como consecuencia del uso integral de los métodos de la mecánica de la destrucción en combinación con las pruebas naturales y seminaturales, los métodos diagnósticos y una serie de soluciones esquemáticas y constructivas. Un enfoque integral análogo se manifiesta también en muchas otras ramas de la aplicación práctica de la mecánica de la destrucción.

§ 30. Mecánica de la destrucción y pruebas que no destruyen

En enero de 1986 casi inmediatamente después del despegue falleció trágicamente la nave cósmica norteamericana «Chelendger» con los siete astronautas a bordo. El cua-

dro de la explosión estremeció a todos los que vieron el reportaje por la televisión que coincidió para mí con otra circunstancia más, o sea, lo sucedido parecía una horrible ilustración al informe que casi en la víspera se discutió en un seminario científico. En él se trató de la destrucción del cuerpo con una cavidad en forma de grieta, dentro de la cual a causa de la combustión se eleva la presión del gas. La solución de semejantes tareas está relacionada con la simulación del aumento de la presión e incluso con la destrucción repentina del combustible sólido del propulsor cohete. Los motores de propelente sólido (precisamente estos aceleradores funcionaban en «Chelendger») pueden entrar en el régimen no calculado e incluso explotar si en el combustible sólido habían defectos en forma de grietas con dimensiones inadmisibles. Durante el quemado de la combustión el frente de la ignición de la llama alcanza el extremo del defecto y la ignición abarca rápidamente toda la cavidad del defecto. Puesto que la salida de los productos de combustión a través de un orificio estrecho de entrada (el extremo de la grieta) es dificultosa, en la cavidad aumenta la presión. La adición de semejantes efectos que tienen lugar en otras grietas puede conducir a un brusco incremento de la presión en el propelente sólido, la pérdida de la estabilidad de las grietas incendiadas y a la explosión con el desprendimiento de la envoltura que contiene el propelente sólido. La llama puede pasar a los depósi-

tos vecinos de los aceleradores de propelente sólido, entonces ocurrirá lo irremediable.

Para obtener unas estimaciones seguras para este problema tan complejo deben combinarse las ecuaciones de la teoría de las grietas y las ecuaciones de la dinámica de gas, vencer todas las posibles dificultades matemáticas, pero el resultado obtenido es digno de atención: para cada tipo concreto del propelente sólido puede indicarse el tamaño tolerable límite del defecto tecnológico cuyo exceso puede conducir a la explosión. Los especialistas de defectoscopia o del control no destructible tienen que controlar la ausencia del defecto peligroso en el propelente sólido. A continuación trataremos de las dificultades que se plantean ante ellos no tanto en sentido técnico, como ante todo en el de principio.

El desarrollo de la técnica moderna y tecnología es inconcebible sin el uso más amplio de las pruebas no destructivas. En éstas se emplean métodos físicos que no efectúan deterioros complementarios al material. Existe una cantidad muy grande de semejantes métodos, pero el más antiguo de ellos, o sea, el mejor de ellos y el más sencillo es el método visual. Lo usamos en el comercio de zapatos cuando examinamos un par de zapatos antes de comprarlos y si la iluminación es suficiente, podemos descubrir con éxito los defectos superficiales. Dicho método es imprescindible para los técnicos de aviación, es decir, cuando se prepara el avión se debe examinar minucio-

samente el tren de aterrizaje, ya que las piedrecitas puntiagudas que salen por debajo de las ruedas pueden averiar la superficie del montante. Las consecuencias del desarrollo de las grietas a causa de la corrosión en las condiciones de una gran humedad, grandes saltos de las temperaturas y las cargas de impacto no son difíciles de imaginarse. Pero si se requiere examinar unas u otras zonas del cuerpo en cuestión que son imposibles de observar directamente, en la actualidad se usa a gran escala la óptica de fibras.

En el arsenal de los especialistas del control no destructivo existen también métodos más refinados, tales como los térmicos, radiactivos, acústicos, electromagnéticos, holográficos, etc., etc. La defectoscopia moderna ofrece la posibilidad con bastante seguridad y rapidez descubrir los defectos del material, incluyendo los internos, determinar su tipo, las dimensiones y la posición. Una gran importancia tienen no sólo el poder resolutivo de los dispositivos y la calificación del personal, sino también el saber de la tecnología de la fabricación, así como las condiciones de explotación del elemento de construcción. Los efectos pueden ser propios (inclusiones en el metal, la estratificación en el material de composición), aparecer durante la confección (falta de soldaduras y grietas en las costuras soldadas) y también pueden formarse durante el funcionamiento del artículo (las grietas de fatiga y por corrosión). Para detectar

con éxito los defectos es necesario sin duda alguna comprender qué es lo que se necesita buscar y dónde se debe buscar.

A pesar de ser tan poderoso, el control no destructivo tiene un punto flojo. El defecto está detectado, pero qué es lo que se debe hacer a continuación: dejarlo sin atención, continuar el funcionamiento, controlando periódicamente, detener el proceso y comenzar a reparar la construcción o puede que darla de baja. Los especialistas del control no destructivo sufren dificultades en ofrecer semejantes recomendaciones, a pesar de que están muy preocupados por las cuestiones de integridad de la construcción. ¿Por qué, por ejemplo, las picaduras mecánicas superficiales para una pieza de acero no son significativas, mientras que para una pieza de berilio son catastróficas? Estimado lector, Usted ya puede ayudarnos a establecer a los que nos pudiesen echar una mano en la presente cuestión. Claro que los especialistas de la mecánica de la destrucción. Ellos pueden decir si es peligroso el defecto detectado para el nivel prefijado de las cargas de funcionamiento, con qué velocidad el defecto puede crecer hasta alcanzar el tamaño peligroso, qué medidas es necesario tomar para prevenir la destrucción catastrófica y cuál es el nivel seguro de las cargas para explotar el elemento defectuoso de la construcción.

Intentemos en unos ejemplos más sencillos explicar las posibilidades de la interacción del control no destructivo y la me-

cánica de la destrucción. Nos limitaremos con la mecánica lineal de la destrucción que se usa a gran escala en la práctica ingenieril. Los métodos del control no destructivo no se van a concretizar, considerando que los medios utilizados de la defectoscopia permiten averiguar a ciencia cierta y establecer las dimensiones de las grietas existentes si ellas superan cierta dimensión límite que se determina por el poder resolutivo de los dispositivos.

Cualquier análisis de la integridad del elemento de construcción supone la ejecución del cálculo de su estado de tensión y el establecimiento de la relación entre las cargas exteriores y las tensiones máximas. Como sabemos el cálculo tradicional de la resistencia considera que la construcción es aceptable si dichas tensiones máximas no superan el límite de resistencia del material o el límite de fluencia, teniendo en cuenta el coeficiente adecuado de seguridad.

En una construcción más sencilla, como la que estudió aún Galileo (fig. 123), una viga de consola introducida rígidamente con un extremo en la pared, sostiene una carga P suspendida en el extremo libre. Las tensiones de dilatación más grandes actuarán en la parte superior de la viga junto a su extremo de entibación. Conforme a la teoría técnica de flexión descrita en cualquier manual de la resistencia de los materiales,

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{6PL}{bh^2}, \qquad (98)$$

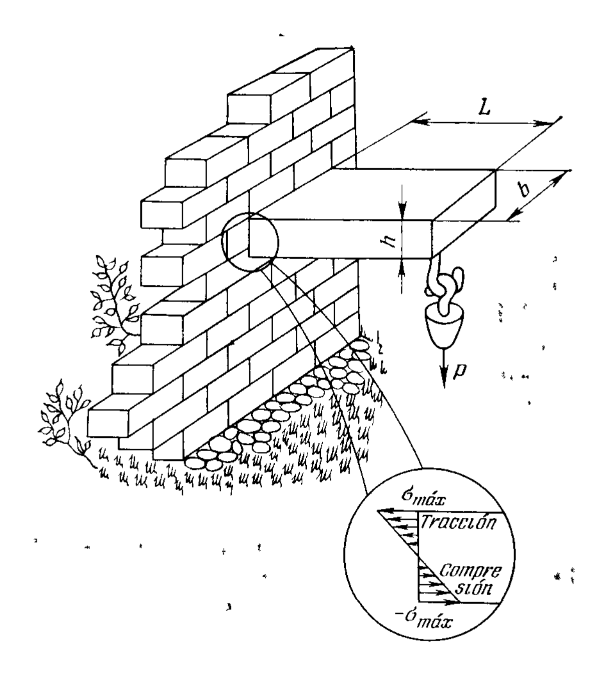


Fig. 123. Viga de consola fijada rígidamente que sostiene una carga *P*. Se muestran las tensiones en la sección más peligrosa junto al lugar de entibación.

si L, b y h son la longitud, anchura y altura, respectivamente, de la viga de sección rectangulur. Se considera que a la viga no le amenaza nada para la carga dada P si

$$\sigma_{\text{máx}} < \sigma_f/n, \tag{99}$$

donde σ_f es el límite de fluencia del material (para los materiales frágiles, como la piedra, se toma el límite de resistencia), n,

el coeficiente de seguridad que toma en consideración la inexactitud de la confección, la dispersión de las propiedades del material, etc. El coeficiente de seguridad está legalizado por las normas de cada rama (verbigracia, en las estructuras metálicas de construcción $n \approx 1,5$) y refleja la experiencia práctica del funcionamiento de las construcciones.

Así, pues, la teoría clásica de la resistencia de los materiales restringe por arriba la capacidad portante de la viga mediante el siguiente límite

$$P < \sigma_f \cdot \frac{bh^2}{6Ln}. \qquad (100)$$

La construcción real contiene siempre defectos (como ya se ha dicho los defectos del propio material y los defectos que surgen durante la confección y funcionamiento) y las estimaciones acaba de ser recibidas deben en principio complementarse con el cálculo de la seguridad contra la posible destrucción frágil. En este caso debemos comportarnos como buenos conservadores, por eso vamos a suponer que el defecto más peligroso, o sea, la grieta de longitud l apareció en el lugar más peligroso, es decir, en la superficie de la viga en el lugar de su introducción en la pared, o-sea, donde las tensiones de dilatación son máximas(fig.124). La magnitud l se determina de diferente manera: si se trata de analizar una construcción defectuosa concreta, l es la longitud medida por los dispositivos defec-

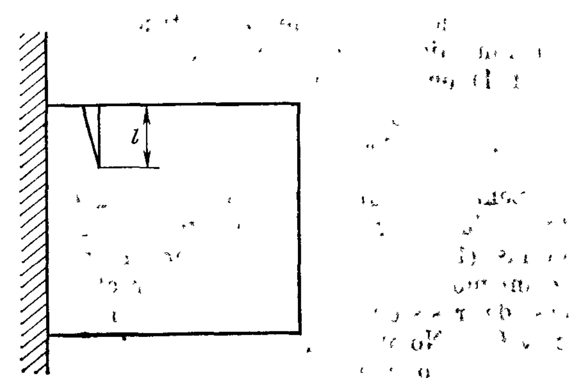


Fig. 124. Grieta de longitud l en la sección más peligrosa de la viga.

toscópicos, pero si queremos establecer las demandas técnicas a los métodos del control no destructivo de un artículo correspondiente, l se determina por el poder resolutivo del dispositivo.

Al determinar el coeficiente de la intensidad de las tensiones para una grieta de pequeña profundidad podemos hacer uso de la fórmula respectiva (tabla 2)

$$K_I = 1{,}12\sigma_{\text{máx}}\sqrt{\pi l}. \qquad (101)$$

Según el criterio de Irwin el funcionamiento de la construcción será seguro si

$$K_I < \frac{1}{m} K_{Ic}, \qquad (102)$$

donde K_{Ic} es la viscosidad de destrucción y m, otro coeficiente de seguridad más. La estimación de la carga segura (partiendo de

la mecánica lineal de la destrucción) de funcionamiento se obtiene, poniendo (98) y (101) en la fórmula (102):

$$P < \frac{K_{Ic}}{\sqrt{\pi l}} \frac{bh^2}{6,72mL}. \qquad (103)$$

Señalemos que las dimensiones geométricas de la viga están presentes en las fórmulas (100) y (103) de manera idéntica, lo mismo puede decirse de las características de resistencia mecánica del material σ_f y K_{Ic}. No obstante, en (103) hay un parámetro físico nuevo en principio, o sea, la dimensión del defecto en forma de grieta. Eso es precisamente el hilo que une la mecánica de la destrucción y la defectoscopia. Este hilo es el que saca a los especialistas del control no destructivo del bosque impenetrable de las conclusiones semiempíricas al sendero, mencionado en el prefacio, por el cual se puede llegar a la cresta de las leyes sobre la integridad de la construcción.

Como otro ejemplo de la aplicación de la mecánica de la destrucción para analizar los resultados de la defectoscopia pueden nombrarse los recipientes de presión. Examinemos un recipiente cilíndrico de paredes delgadas con fondos semiesféricos (fig. 125), lleno de gas o líquido bajo la presión p. Sea la longitud de su parte cilíndrica L, el radio del cilindro y los fondos R, el grosor de las paredes del recipiente h (h es pequeño en comparación con R). Calculando simplemente con los métodos de la resistencia de los materiales establecemos que las

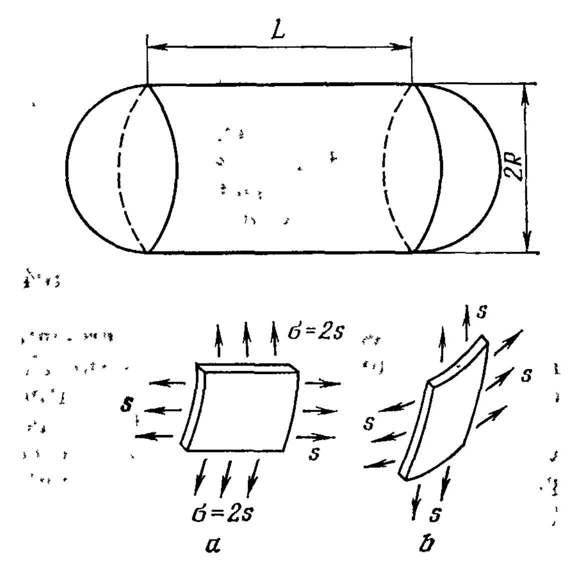


Fig. 125. Cálculo del estado de tensión para un recipiente cilíndrico de paredes delgadas con fondos semiesféricos:
a) elemento de la pared cilíndrica;
b) elemento del fondo semiesférico.

tensiones en las paredes del recipiente se distribuyen uniformemente, con la particularidad de que las tensiones en los fondos esféricos y las tensiones axiales en las paredes del cilindro $s = pR/2h$ y las tensiones circundantes en las paredes del cilindro son el doble mayores $\sigma = 2s = pR/h$. Son las tensiones máximas y, por lo visto, el recipiente se romperá, quebrándose a lo largo de la línea axial. Para confirmar eso

todos los conferenciantes citan obligatoriamente el ejemplo con las salchichas en las cuales el contenido al cocerse aumenta su volumen y la piel estalla siempre en dirección longitudinal y no en la transversal.

La condición de la resistencia mecánica (99) conduce a la siguiente restricción de las presiones seguras de funcionamiento

$$p < \frac{h}{nR}\sigma_f. \qquad (104)$$

Las grietas más peligrosas para el presente recipiente serán evidentemente las superficiales situadas a lo largo del eje del cilindro. El coeficiente de la intensidad de las tensiones para una grieta larga, pero poco profunda puede obtenerse de la fórmula (101), sustituyendo $\sigma_{\text{máx}} = pR/h$:

$$K_I = 1{,}12\,\frac{pR}{h}\sqrt{\pi l}. \qquad (105)$$

La presión segura de funcionamiento para el recipiente con semejante defecto se determina por el criterio de Irwin (102):

$$p < \frac{h}{mR}\cdot\frac{K_{Ic}}{1{,}12\sqrt{\pi l}}. \qquad (106)$$

Señalemos que las grietas superficiales se forman, por regla general, en la superficie interna del tubo influidas por la fatiga o corrosión. A veces, se intentan precisar un tanto el cálculo, tomando en consideración la presión directa del gas o líquido en las orillas de la grieta, para ello es necesario

poner en (101) no pR/h, sino que $p(1 + R/h)$. Es esencial eso o no depende del valor R/h, pero, por lo general, para los recipientes de paredes delgadas ése supera a 10 y la corrección dada no es de principio.

Para elegir un método defectoscópico u otro es importante la cuestión sobre la definición de l_c, la dimensión crítica del defecto, partiendo de las condiciones conocidas del funcionamiento del elemento de la construcción. En el caso del recipiente cilíndrico en cuestión l_c se determina, partiendo de la condición del alcance de la igualdad en la fórmula (106):

$$l_c = 0{,}254\left(\frac{hK_{Ic}}{mpR}\right)^2. \qquad (107)$$

Si el recipiente se encuentra bajo presión determinada según la teoría clásica de la resistencia, o sea, para $\sigma_{máx} = \sigma_f/n$, entonces

$$l_c = 0{,}254\left(\frac{n}{m}\right)^2 \cdot \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_f}\right)^2. \qquad (108)$$

Esta dimensión crítica es proporcional al parámetro $(K_{Ic}/\sigma_f)^2$ con la dimensión de longitud. Como recuerdan, él está relacionado con la dimensión de la zona plástica parecida a un hueso de perro en el vértice de la grieta.

Para asegurar la fiabilidad de la construcción es importante tener la posibilidad de detectar con gran probabilidad las grietas antes de que éstas alcancen su di-

mensión crítica. Las condiciones (107) y (108) deben tenerse en cuenta al elaborar las demandas técnicas planteadas al control no destructivo. Comparando los valores de $(K_{Ic}/\sigma_f)^2$, se puede imaginar en cuánto se diferencian las longitudes críticas en diversos materiales. Por ejemplo, para el acero típico que se usa en los recipientes de presión en las instalaciones nucleares de fuerza motriz, este valor es de unos 140 mm y para el acero de alta resistencia mecánica para acero de aviación tiene el orden de 1 mm. Aproximadamente esa es la razón de las longitudes críticas de las grietas, por lo tanto el enfoque de elegir el método de control será diferente.

Del control no destructivo se espera no sólo una definición segura del tamaño del defecto, sino también del lugar de su disposición. Comparemos las dimensiones críticas de las grietas interna y extrema en una lámina gruesa a estirar (fig. 126). Para la grieta extrema

$$K_I = 1{,}12\sigma \sqrt{\pi l}$$

y para la interna

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi \frac{l}{2}}.$$

Vamos a considerar que la longitud crítica de la grieta se determina por la condición $K_I = K_{Ic}$ y la viscosidad de la destrucción es la misma tanto en el medio de la lámina y

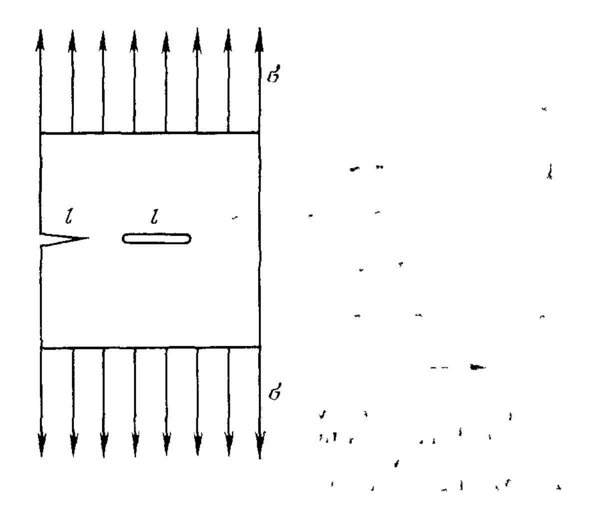


Fig. 126. Para comparar las dimensiones críticas de las grietas interna y extrema en una lámina a estirar.

en sus extremos, por esta razón

$$K_{Ic} = 1{,}12\sigma \sqrt{\pi l_c^{\text{ext}}}$$

y

$$K_{Ic} = \sigma \sqrt{\pi l_c^{\text{int}}/2}$$

de donde

$$l_c^{\text{int}} = 2{,}51 l_c^{\text{ext}}.$$

La más peligrosa será la aparición de la grieta extrema.

Los constructores exigen del control no destructivo no sólo los informes sobre las dimensiones y disposición, sino también

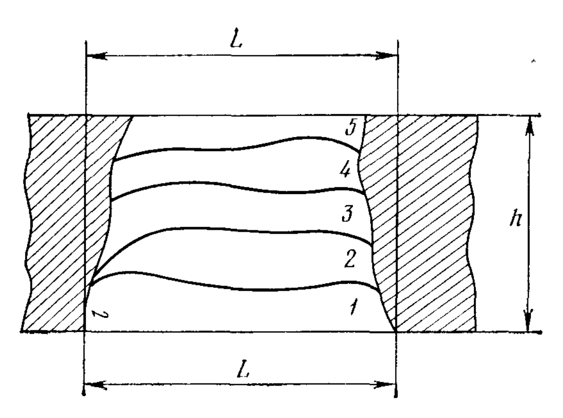


Fig. 127. Fases sucesivas del incremento (*1—2—3—4—5*) de la grieta inicial (*1*) en la parte interna del recipiente y su transformación en la grieta transparente (5) de longitud *L* (esquema).

sobre la forma del defecto. Expliquemos la importancia de esta demanda con el ejemplo del recipiente de presión en el que existe una grieta no transparente en la superficie interna de la pared (fig. 127). Debido a los procesos cíclicos o a la corrosión bajo tensión dicha grieta puede crecer y alcanzar la superficie exterior del recipiente. Comenzará el escape del contenido a través de la grieta transparente (o pasante) formada, lo que posibilita su detección. Podremos usar dicha posibilidad si la dimensión de la grieta transparente es inferior a la crítica y mientras que ella siga creciendo hasta el estado peligroso, habrá tiempo de detener la explotación y tomar las medidas de reparación. El recipiente proyectado de esa

manera satisface la demanda *del escape antes de la destrucción*, lo que es obligatorio, verbigracia, al proyectar los recipientes en las instalaciones nucleares. El estado crítico de la grieta no transparente interna inicial puede estimarse aproximadamente por la fórmula (107). Si la longitud de la grieta transparente que se forma después tiene el orden de la longitud del defecto inicial L, la condición de su estabilidad (fluencia antes de destruirse) se escribe así

$$\sigma \sqrt{\pi \frac{L}{2}} = \frac{pR}{h} \sqrt{\pi \frac{L}{2}} < K_c \qquad (109)$$

es decir,

$$L < L_c = \frac{2}{\pi} \left(\frac{h}{pR} \right)^2 K_c^2.$$

Si en (107) se toma el valor crítico de K_{Ic} para la deformación plana, en (109) es mejor tomar K_c para el estado plano de tensión, pues el recipiente es de paredes delgadas.

Imaginémonos un display en el que se aplica la forma de la grieta que se encuentra en el campo de vista del defectoscopio (fig. 128). Uniendo su imagen con el rectángulo crítico $l_c \times L_c$ veremos que la grieta *1* es estable y su profundidad es inferior a la longitud crítica l_c, mientras que la grieta *2* es inestable, ésta puede pasar a la superficie exterior, pero ahí se para, así que tendremos tiempo de llamar la brigada de reparación. Solamente el defecto *3* es peligroso. Al recipiente con semejante defecto no se le

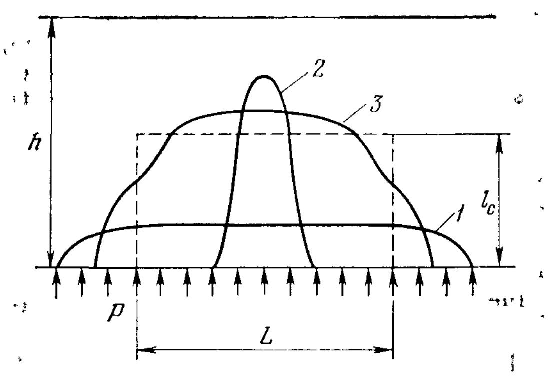


Fig. 128. La grieta (*1*) es estable, la grieta (*2*) es inestable, pero se transforma en una grieta estable transparente, la grieta (*3*) es absolutamente inestable.

puede de ninguna manera aplicar una carga de funcionamiento. Con un análisis parecido pueden chocar no sólo los especialistas del control no destructivo, sino también los que estudian las causas de la avería por el aspecto de las superficies de la fractura, pero de eso se tratará en el siguiente párrafo. Al final citemos un ejemplo más real del empleo de la mecánica de la destrucción para argumentar el procedimiento del control defectoscópico.

Supongamos que se requiere establecer la periodicidad del control defectoscópico de una pieza plana a dilatar que posee una forma de una franja ancha con cierta grieta situada en el centro. El material de la pieza es el acero A588 ($\sigma_f = 350$ N/mm^2, $\sigma_B =$

$= 490$ N/mm^2), el grosor de la pieza $t = 38$ mm. La viscosidad de la destrucción se toma igual a $K_c = 6400$ N/mm$^{3/2}$ (para el grosor prefijado) y la viscosidad de la destrucción para la deformación plana $K_{Ic} = 3900$ N/mm$^{3/2}$. Sea que la carga cambia cíclicamente con un período igual a una hora. La tensión máxima del ciclo se toma igual a $\sigma_{\text{máx}} = 0{,}8\sigma_f = 280$ N/mm^2 y la mínima, $\sigma_{\text{mín}} = 0$.

Para una estimación aproximada de la longitud de la grieta inicial puede tomarse que si la existencia de la grieta se controla al confeccionar la pieza, $2l_0 = 3$ mm; si durante la explotación con métodos no destructivos, $2l_0 = 8$ mm; si visualmente durante el funcionamiento, $2l_0 = 12$ mm. Vamos a considerar que en nuestro ejemplo la grieta se controla de modo visual y, por lo tanto, $2l_0 = 12$ mm en la superficie de la pieza.

Determinemos las dimensiones críticas de la grieta para una fisura pasante de longitud $2l$. En este caso $K = \sigma\sqrt{\pi l}$ y la semilongitud crítica de la grieta determinada de la condición $K_{\text{máx}} = K_c$ será respectivamente

$$l_c = \frac{1}{\pi}\left(\frac{K_c}{\sigma_{\text{máx}}}\right)^2 \approx 166 \text{ mm}. \qquad (110)$$

Hallemos la cantidad de ciclos y el tiempo necesarios para que crezca la grieta transparente desde su dimensión inicial hasta la crítica, integrando la dependencia

obtenida del experimento para la velocidad de la extensión de la grieta

$$\frac{dl}{dN} = 2{,}06 \cdot 10^{-13} (\Delta K)^3,$$
$$\Delta K = K_{\text{máx}} = \sigma_{\text{máx}} \sqrt{\pi l}. \qquad (111)$$

Los resultados se citan en la tabla 4 de donde se desprende que la durabilidad de la pieza en cuestión es de 1106 días enteros (siendo la duración de un ciclo de cargamento de una hora) y que la grieta duplica su longitud (respecto a la inicial) durante el tiempo igual aproximadamente a un tercio de la durabilidad. Por eso tiene sentido fijar una reserva sextupla respecto a la durabilidad para examinar la construcción y efectuar un control defectoscópico dos veces al año (1106 : 6 = 184 días).

§ 31. Mecánica de la destrucción y peritación judicial

¿Existía el defecto en la construcción? ¿Fue la causa de la avería? ¿Cómo se desarrolló la destrucción? ¿Quién es responsable del defecto? Los especialistas de la mecánica de la destrucción deben saber contestar a estas y otras preguntas semejantes. Pero las mismas interrogantes interesan al juez de instrucción, al fiscal y a otros participantes de la investigación judicial de los asuntos de averías. Precisamente por eso los mecánicos se atraen bien por el demandante o bien por el demandado como peritos

judiciales. De ellos esperan unas respuestas argumentadas y, por regla general, esas esperanzas se realizan. Los problemas que tienen que resolverse en dichos casos se parecen a los problemas de la defectoscopia, sólo que a diferencia del control no destructivo es indispensable mirar no hacia adelante, sino hacia atrás. Ilustremos lo dicho con dos casos de la práctica judicial.

Tabla 4 **Resultados de las pruebas de la pieza según la durabilidad *)**

l, mm	Δl, mm	Número de ciclos	Tiempo, días y noches
6	—	—	—
12	6	9600	400
24	12	6800	283
48	24	4800	200
96	48	3400	142
166	70	1900	81
	En total:	$2{,}65 \cdot 10^4$	1106

*) En las columnas de la tabla 4 se indican: la longitud corriente de la grieta de fatiga l, el incremento siguiente de su longitud Δl (por regla general igual a la longitud anterior), así como el número de ciclos o la cantidad de días, durante la cual la longitud de la grieta obtiene el incremento indicado.

El caso de la rueda explotada de la motocicleta

Del protocolo del lugar del suceso:

«El chófer con un pasajero iba en la motocicleta a una velocidad de unos 80 km/h por una sección recta de la autopista. De

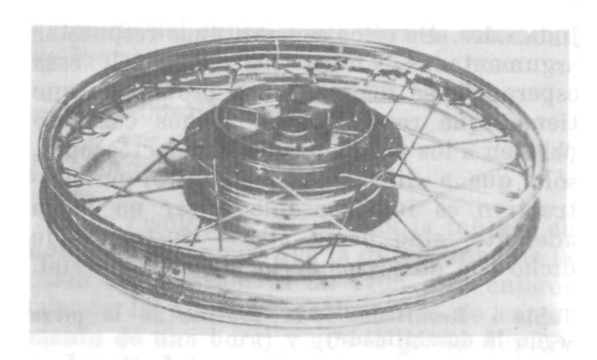


Fig. 129. Aspecto general de la parte izquierda de la rueda de la motocicleta. Se ve la separación de la llanta de la parte restante de la rueda. La flecha indica la posición de la junta soldada.

repente se oyó un sonido bajo, parecido a un disparo de fusil, después de lo cual comenzó a patinar la rueda posterior. El pasajero cayó hacia la derecha y el chofer fue lanzado también a la derecha. La rueda deslizándose por el lado derecho a lo largo de la autopista, se paró a unos 35 metros del lugar de avería».

De los resultados del examen de la rueda destruida: «De la fotografía de la rueda que se aplica al asunto y que fue hecha después de quitar el neumático (fig. 129) se ve la separación de la llanta respecto a la parte restante de la rueda. La flecha en la llanta indica la posición de la junta soldada... El examen visual de la sección donde se separa el borde de la llanta de la base sugiere una suposición sobre la destrucción de fatiga,

pero dicha conclusión no puede considerarse definitiva ya que la sección de la destrucción está cubierta parcialmente de herrumbe». «La rueda... se confeccionó mediante el moldeo de una franja, doblándola por la circunferencia y soldando los extremos uno con otro. Por lo visto las batiduras de la junta se eliminaban mediante el pulido. Después del maquinado mecánico y la soldadura se efectuó el cromado». «Las microfotografías (fig. 130, *a* y *b*) muestran la sección transversal de la llanta en el lugar de la junta soldada por las partes izquierda (motriz) y derecha de la rueda».

Sobre la reconstrucción de la destrucción:

«La destrucción de la llanta se desarrollaba en la base del borde de la llanta a causa de la fatiga que comenzó en la junta soldada, además, el grosor de la franja de acero de la que se matrizó la llanta, disminuyó en un 40 por 100 (el grosor inicial es de 1,25 mm y la final, de unos 0,75 mm) sin duda alguna debido al pulido efectuado al quitar las batiduras. La foto (fig. 130) muestra la mala calidad de la soldadura y la reducción del grosor del metal. La grieta, comenzando una vez desde la base de la junta soldada, se extendió en dirección de circunvalación por el metal fino, tanto más que el redondeamiento interno brusco provocó una concentración esencial de las tensiones. Cuando la llanta fue debilitada considerablemente, el borde se separó hacia afuera y fue arrancado de la

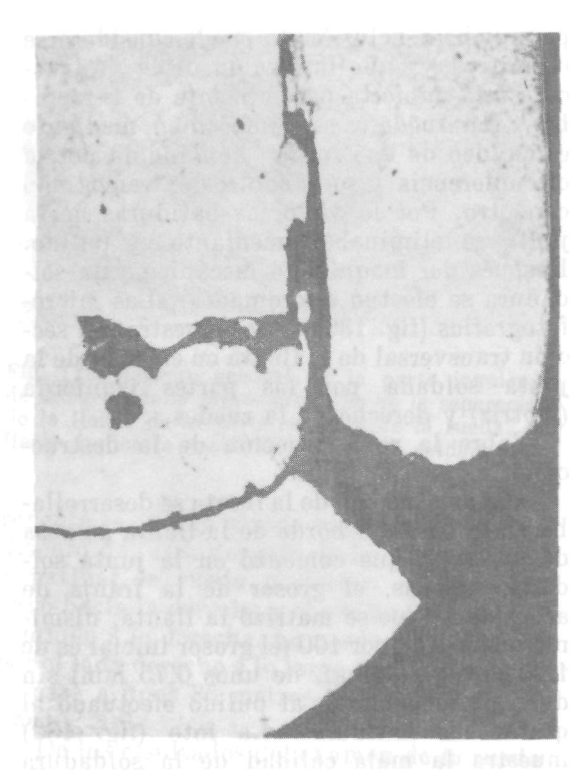


Fig. 130, *a*. Sección transversal de la llanta en el lugar de la junta soldada por la parte izquierda (*a*) y derecha (*b*) si se mira la motocicleta de frente.

base de la llanta como consecuencia de la presión del aire en el neumático sobre el borde de la llanta. El extremo del neumático ya no se sostenía más por el borde de la llanta y fue expulsado hacia afuera. La

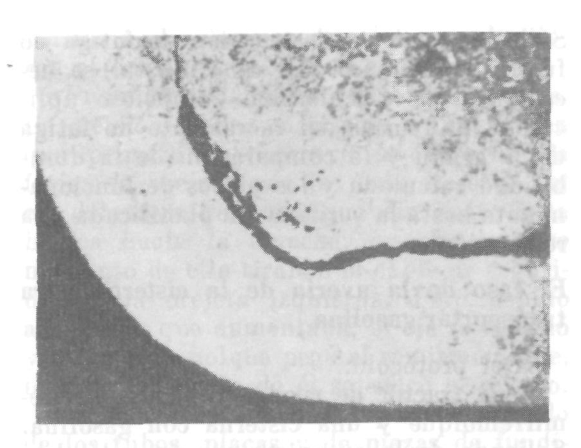


Fig. 130, *b*.

pared lateral del neumático se hinchó y rozó al girar la construcción de la motocicleta. Del agujero que se formó en este caso en el neumático se hinchó una parte de la cámara interna. Esta parte fue inmediatamente arrancada y la cámara explotó, lo que condujo al escape «instantáneo» del neumático».

De la conclusión del perito:

«La causa directa de la destrucción y, por lo tanto, de la avería es indudablemente el defecto industrial».

El caso citado fue arreglado en el jurado pagando varios miles de dólares a las víctimas. Dejando el aspecto jurídico del asunto, señalaré que a la vista había un defecto basto de la fabricación que condujo a una rápida avería (la motocicleta recorrió en condiciones normales no más de 4000 km).

Si la causa de la destrucción de fatiga no fuese tan evidente (¡al especialista!) se necesitaría un cálculo más minucioso aplicando las teorías del incremento de fatiga de la grieta y la comparación de la durabilidad calculada y los plazos de funcionamiento hasta la verificación planificada y la reparación.

El caso de la avería de la cisterna para transportar gasolina

Del protocolo:

«Un tractor de ruedas tiraba de un semirremolque y una cisterna con gasolina. Saliendo de la autopista por un redondeamiento con radio de unos 100 m, el conductor frenó un poco delante del indicador de la parada, pero en ese momento el tren se volcó y se encendió. El incendio destruyó totalmente la cisterna y el remolque, pero el conductor no sufrió».

Como consecuencia del examen en el lugar del suceso se descubrió que se rompió el mecanismo de remolque, mientras que los cables de seguridad permanecían enteros. El propietario intentó un proceso para compensar el daño, basándose en que la viga de tracción era defectuosa y al cabo de nueve meses de explotación ocasionó la avería. La cuestión principal que se necesitaba aclarar en el jurado consistía en que sería la avería provocada por la destrucción de la viga de tracción o ésta misma se rompió durante la avería. Responder a esta pregunta debían los especialistas-

peritos de la destrucción a los que alquilaron el demandante y el demandado.

Fueron emitidas dos versiones opuestas. La versión del demandante consistía en que primero se destruyó a causa de la fatiga la orejeta por la parte derecha, el eje delantero del remolque dio una vuelta brusca hacia la derecha, en este preciso momento de ella tiraban el cable de seguridad y la orejeta izquierda. Pero debido a la carga que aumentaba, el eje se rompió y luego el remolque pegó el semirremolque, lo volcó y detrás de él se volcó el mismo.

El mecanismo de remolque fue soldado de los tubos, placas y de piezas de fundición de acero (fig. 131). La ruptura se originó en el lugar de la soldadura del tubo con la pieza de fundición (fig. 132 arriba) y por la misma pieza de fundición (fig. 132 abajo). Se ve que la calidad de la pieza de fundición es mala, pues en la fig. 132 abajo se ven unos poros suficientemente grandes. En la junta soldada (fig. 133) se observan las soldaduras defectuosas. Según los resultados del análisis se emitió la conclusión de que la baja calidad de la pieza de fundición y de la soldadura fue la causa de la destrucción del mecanismo de remolque.

El perito del demandado reconoció por completo la mala calidad de las piezas de fundición y parcialmente los defectos de la soldadura. Pero él afirmaba que la seguridad registrada en la construcción del mecanismo de remolque compensa cualquier reducción del área eficaz de la sección portante. La

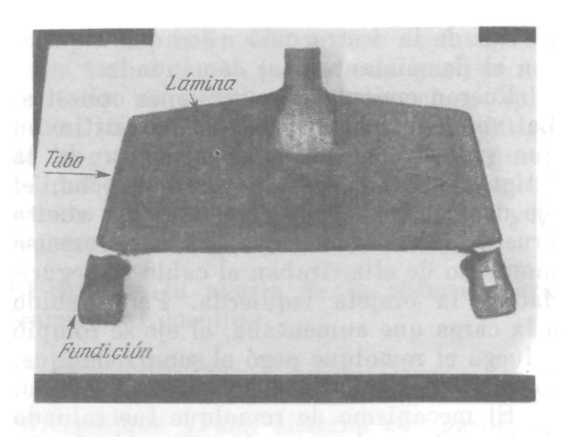


Fig. 131. Aspecto general del dispositivo de tracción (aproximadamente en 1/13 de su magnitud).

investigación microestructural no encontró cambios en la forma de los granos, lo que sugerió la idea de la destrucción bajo la acción de una carga aplicada de repente. Según la opinión del perito del demandado la cisterna estaba en un estado absolutamente funcionable en el momento de la salida de la autopista. Él supuso que el conductor iba con gran rapidez, más aún que la policía de tráfico indicaba la posibilidad del exceso de velocidad y el frenado fue demasiado brusco. En otras palabras, las fuerzas de vuelco, que surgen de la incapacidad del conductor insertarse en la curva, perdiendo posteriormente el control al conectar de repente los frenos, ya actuaban antes de destruirse el mecanismo de remolque.

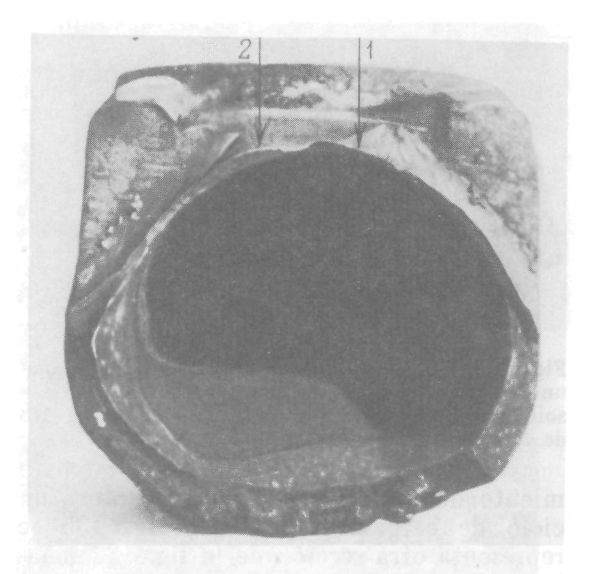


Fig. 132. Superficie de la destrucción de la pieza de fundición derecha (véase la fig. 131). La junta soldada está por arriba, la formación de poros intensa, por debajo (aproximadamente en 1/2 de la magnitud).

Para resolver las contradicciones en las posiciones de los peritos fue realizado un estudio complementario. Aplicando los métodos de la microscopía electrónica, se investigó la mayor parte de la superficie de la destrucción en el lugar de la soldadura: en la fig. 134 se da la imagen aumentada de la parte de la fig. 132 señalada por la flecha *1*. Se ven claramente los surcos paralelos de fatiga que muestran el movi-

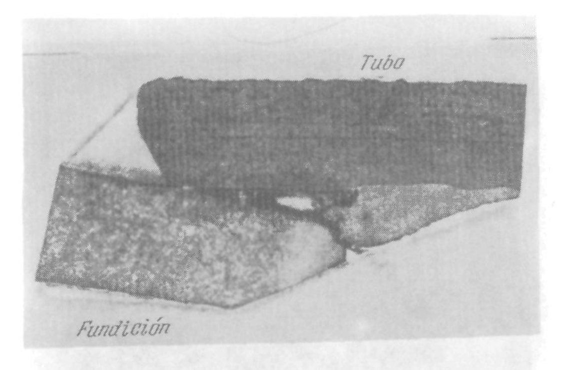


Fig. 133. En la sección de la junta soldada que une el tubo con la fundición derecha se ven las soldaduras defectuosas (aproximadamente en 1/3 de la magnitud).

miento del frente de la grieta durante un ciclo de cargamento. En la fig. 135 se representa otra sección de la fig. 132 señalada por la flecha *2*. Los puntos negros son los productos de la corrosión, lo que indica la destrucción que comenzó mucho antes de la avería. Y por fin, en la fig. 136 se muestra una parte de la superficie de la destrucción de la pieza de fundición izquierda que se rompió después de la derecha. Eso es una destrucción típica con desprendimiento sin cualesquiera rasgos de fatiga o corrosión.

La peritación adicional confirmó la posición del demandante que después de tres días de audiencia ganó el proceso y recibió la compensación, aunque sólo unas dos terceras partes de los que exigía inicialmente, pero eso ya es el mérito de los abo-

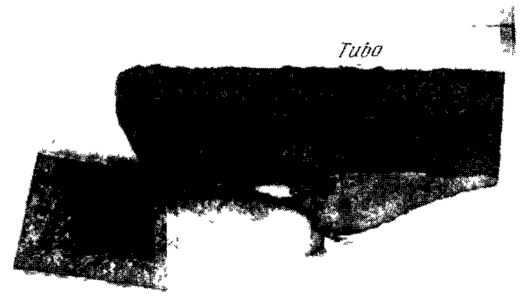


Fig. 133. En la sección de la junta soldada que une el tubo con la fundición derecha se ven las soldaduras defectuosas (aproximadamente en 1/3 de la magnitud).

miento del frente de la grieta durante un ciclo de cargamento. En la fig. 135 se representa otra sección de la fig. 132 señalada por la flecha *2*. Los puntos negros son los productos de la corrosión, lo que indica la destrucción que comenzó mucho antes de la avería. Y por fin, en la fig. 136 se muestra una parte de la superficie de la destrucción de la pieza de fundición izquierda que se rompió después de la derecha. Eso es una destrucción típica con desprendimiento sin cualesquiera rasgos de fatiga o corrosión.

La peritación adicional confirmó la posición del demandante que después de tres días de audiencia ganó el proceso y recibió la compensación, aunque sólo unas dos terceras partes de los que exigía inicialmente, pero eso ya es el mérito de los abo-

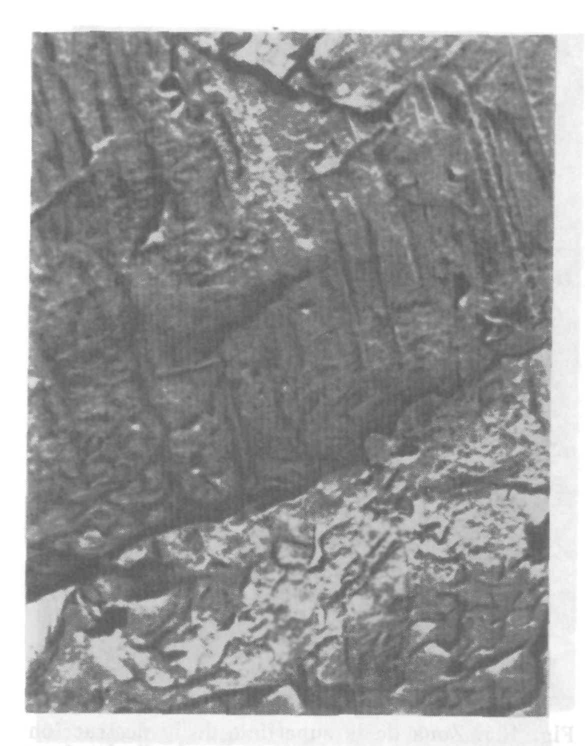


Fig. 134. Zona de la superficie de la destrucción de la junta soldada señalada por la flecha *1* en la fig. 132. Se ven los surcos de fatiga que se forman al desplazarse el frente de la grieta de fatiga. Aumento de 20 mil veces.

gados del demandado y no la culpa de los peritos.

Señalaré que en el presente asunto la peritación se limitó también al análisis fractográfico de las piezas destruidas. Sin

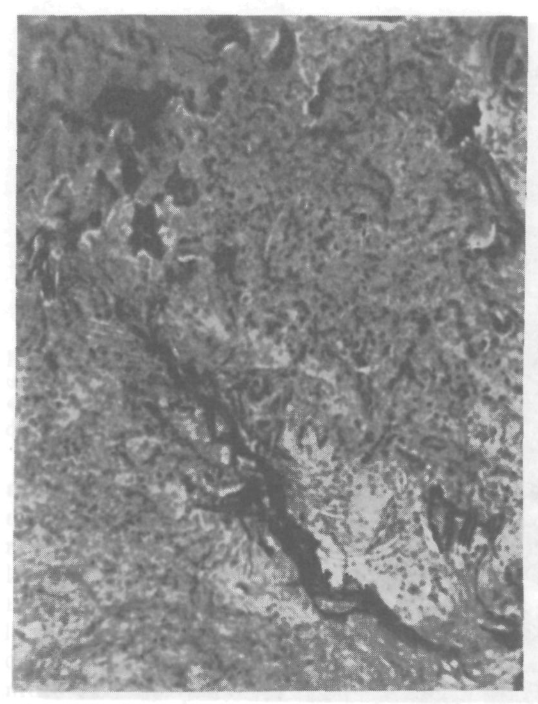


Fig. 135. Zona de la superficie de la destrucción de la junta soldada, señalada con la flecha *2* en la fig. 132. Los puntos negros son los productos de la corrosión que testimonian el hecho de que la destrucción comenzó mucho antes de la avería. Aumento de 6 mil veces.

duda alguna, las huellas de la destrucción de fatiga es un argumento importante contra el que fabricó el remolque defectuoso, pero la peritación debería complementarse con el cálculo de las dimensiones críticas de la

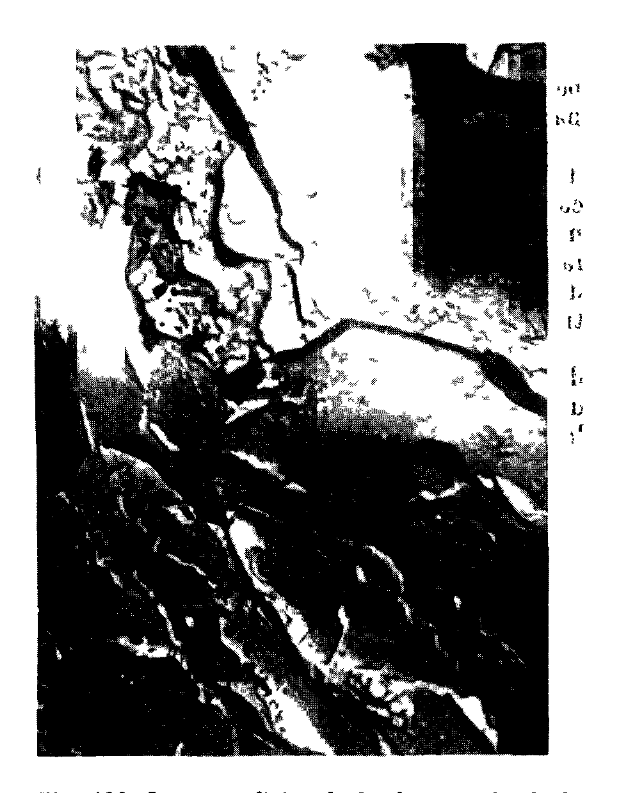


Fig. 136. Las superficies de la destrucción de la pieza de fundición izquierda representan de por sí una superficie típica de una destrucción frágil por desprendimiento sin rasgos de fatiga o corrosión. Aumento de 6 mil veces.

grieta, lo que hubiese podido representar el caso bajo otro aspecto. Supongamos que podría descubrirse que la grieta de fatiga para el nivel corriente de las cargas cre-

ría aún mucho tiempo sin llegar al estado peligroso y se descubriría durante la reparación de turno, pero en la avería en cuestión tuvo lugar una ruptura frágil definitiva debido al brusco aumento de las cargas. Así que para la fractografía, lo mismo que para el control no destructivo, la mecánica de la destrucción puede servir de base para las opiniones no sólo cualitativas, sino también cuantitativas.

En los ejemplos examinados la causa de las destrucciones se presentaba en los defectos industriales, pero son culpables de las averías la publicidad de la producción y las representaciones estrechas de la tecnología moderna, asimismo una cantidad de otros factores. Pero de garantía pueden servir sólo la fabricación y venta de los artículos bien construidos, calculados argumentadamente y confeccionados con minuciosidad a condición de un funcionamiento razonable, control y reparación. Y es que semejantes artículos seguros no sólo que se rompen con menos frecuencia y en las averías traen consigo menos pérdidas, sino que pueden ser defendidos con éxito en el juicio.

§ 32. Acerca de las analogías útiles para la mecánica. Mecánica de la destrucción y perforación de los dieléctricos

Antes de dar a conocer al lector un aspecto relativamente nuevo de la aplicación de los métodos de la mecánica de la destrucción

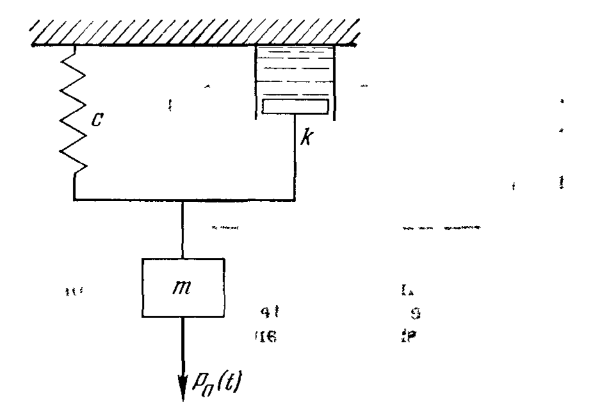


Fig. 137. Sistema mecánico de oscilación.

indicado en el título, relatemos sobre algunas analogías que surgen al simular los fenómenos de la naturaleza. Los fenómenos del mundo que nos rodea, diferentes según su contenido físico al idealizarlos desde el punto de vista matemático, se describen en muchos casos mediante las ecuaciones de la estructura idéntica. Esta circunstancia permite establecer la concordancia entre las magnitudes que caracterizan diversos procesos físicos. Recurramos a los ejemplos. Para que los razonamientos sean más cortos, tendremos que utilizar algunas ecuaciones diferenciales que caracterizan el proceso, pero el lector menos preparado puede no examinar la esencia de las fórmulas, ya que el contenido principal de las analogías le será comprensible de cualquier manera. En la fig. 137 se representa un sistema mecá-

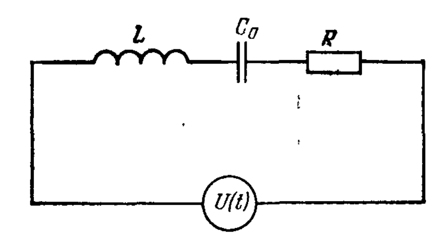


Fig. 138. Circuito eléctrico, cuyo comportamiento de la corriente es semejante a la conducta de la carga en un sistema mecánico mostrado en la fig. 137.

nico de oscilación que consta de una carga con masa m, un resorte imponderable de rigidez c, así como de una viscosidad del elemento con el coeficiente de fricción k. Influido por la fuerza armónica $P_0(t)$, éste realiza en la proximidad de la posición de equilibrio unas oscilaciones pequeñas. La ecuación diferencial de las oscilaciones de dicho sistema escrita para la velocidad v del movimiento de la masa m, tiene el aspecto

$$m\frac{dv}{dt}+kv+c\int v\,dt=P_0\operatorname{sen}\omega t, \qquad (112)$$

donde ω es la frecuencia de las oscilaciones.

En la fig. 138 se muestra un circuito eléctrico que consta de una bobina de inductancia L, conectada en serie, un condensador con capacidad C_0 y una resistencia R. Al suministrar una tensión $U(t) = U_0 \operatorname{sen} \omega t$,

las oscilaciones en el circuito de corriente i se describen mediante la ecuación

$$L\frac{di}{dt}+Ri+\frac{1}{c_0}\int i\,dt=U_0\operatorname{sen}\omega t. \qquad (113)$$

Comparando las ecuaciones (112) y (113), vemos su analogía completa. Eso significa que en los márgenes de la idealización admitida de los procesos físicos reales de diversa naturaleza, podemos componer un tal «diccionario» (véase la tabla 5), con cuya ayuda la descripción de las oscilaciones eléctricas puede transformarse en la descripción de las vibraciones mecánicas y viceversa.

Tabla 5

Vibraciones mecánicas	Oscilaciones eléctricas
Masa del cuerpo m	Inductancia de la bobina L
Rigidez del resorte c	Valor inverso a la capacidad del condensador $1/C_0$
Coeficiente de fricción k	Resistencia R
Velocidad del cuerpo v	Intensidad de la corriente i

Las analogías señaladas llevan el nombre de *analogías electromecánicas* y tienen gran aplicación, al estudiar las oscilaciones de los sistemas mecánicos complejos de diversos dispositivos, ya que permiten sus-

tituir el estudio de los sistemas mecánicos que con frecuencia cuestan caro por los circuitos eléctricos con un juego barato de condensadores, resistencias, bobinas y efectuar con ayuda de los dispositivos físicos asequibles tipo oscilógrafo, voltímetro, etc., un análisis del correspondiente circuito eléctrico equivalente.

Semejantes circunstancias impulsan a los investigadores a establecer unas analogías cada vez nuevas entre los fenómenos que a primera vista no tienen nada de común entre sí. ¿Qué hay de común, por ejemplo, entre el árbol que transmite el momento de rotación desde el motor de un buque marino moderno a su hélice tractora y una película de jabón? Un análisis más minucioso de estos objetos tan diferentes muestra que en condiciones determinadas la película de jabón puede prestar una ayuda inapreciable al ingeniero al proyectar no sólo el árbol del buque marino moderno, sino también de otras muchas construcciones que durante el funcionamiento se someten al efecto de las cargas de torsión. *La analogía de membrana*, muy útil al estudiar el problema de torsión de las barras prismáticas, fue propuesta en 1904 por el famoso mecánico alemán L. Prandtl y se basa en la identidad de las ecuaciones matemáticas que describen fenómenos diferentes.

Imaginémonos una membrana de un material homogéneo estirada sobre un contorno rígido de la misma configuración que la sección transversal de la barra de

torsión y sometida a continuación a una presión transversal uniforme de intensidad p, pequeña en comparación con la tensión de la membrana q. La flexión w de la membrana satisface la ecuación

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}=-\frac{p}{q}. \qquad (114)$$

Pero las tensiones tangenciales que surgen durante la torsión se determinan mediante la llamada *función de tensión* U que satisface la ecuación

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}=-2. \qquad (115)$$

Si ahora ponemos

$$w=\frac{p}{2q}U, \qquad (116)$$

la ecuación (114) se transforma en la ecuación (115) y, de esta manera, la relación (116) establece cierta analogía entre la membrana y la barra de torsión y es «clave», al componer el «diccionario» semejante al citado antes. Así, pues, en aquellos casos cuando la definición teórica de la función de tensión U para la barra con una forma compleja de la sección transversal es difícil, la analogía con la membrana permite mediante los experimentos determinar las flexiones y juzgar por ellas sobre la función de tensiones y sobre las tensiones que surgen en las barras. En calidad de una membrana perfecta puede tomarse una película de jabón en la que la magnitud constante de la

tensión q se asegura con las fuerzas de la tensión superficial. La analogía de membrana con las películas de jabón se utilizó reiteradas veces para resolver de modo experimental muchas tareas de torsión importantes en la práctica y en la técnica del planteamiento de estos experimentos fueron introducidos algunos perfeccionamientos (modernización) con el fin de elevar la precisión en determinar las flexiones. Así la película de jabón, conocida a cada uno desde la infancia, se convierte de un entretenimiento en las manos de un ingeniero en un método experimental elegante.

Señalemos que además de la analogía de membrana en la teoría de torsión de las barras se conocen las analogías hidrodinámicas, así como una analogía electrodinámica. La última es el corolario de la analogía inherente a las ecuaciones de la teoría de la elasticidad y a las ecuaciones de los campos eléctricos estacionarios en los cortes dieléctricos o lineales conductores de corriente.

En el caso general es difícil componer un «diccionario» que permita por las soluciones de las tareas electroestáticas obtener las soluciones de los problemas de la teoría de la elasticidad, en cambio en algunos casos particulares la composición de semejante «diccionario» no presenta trabajo alguno. Uno de esos casos se mencionó antes y el otro está relacionado con la tarea antiplana (§ 7). Es interesante que con ciertas reservas las ecuaciones de la tarea antiplana pueden

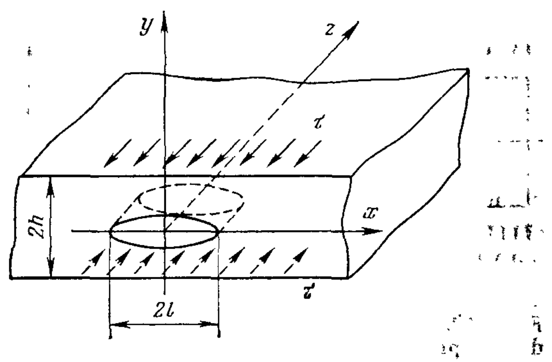


Fig. 139. Defecto en forma de grieta en unión de cola.

aplicarse al cálculo de cizallamiento de una unión de cola de dos cuerpos. Unos de los ejemplos más importantes en utilizar las mencionadas uniones son las construcciones multilaminares que combinan en sí una elevada resistencia mecánica específica, buenas propiedades termoaislantes y que encuentran aplicación en la cohetería y aerotecnia, en la construcción de buques, de maquinaria energética e industria química. Debido al imperfeccionamiento de las operaciones tecnológicas o a otras causas, al fabricar las construcciones multilaminares, en la unión de cola pueden manifestarse diversos defectos en forma de grietas.

Examinemos un defecto en forma de grieta, por ejemplo, una burbuja de aire en una masa de cola, simulándolo con un corte (fig. 139). Para sencillez supongamos que el defecto se encuentra en una super-

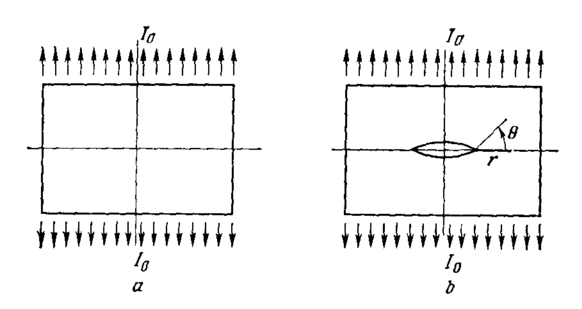


Fig. 140. Paso de la corriente eléctrica a través de una placa metálica fina, densa (*a*) o con grieta (*b*).

ficie mediana de cierta capa de cola de grosor $2h$ y posee una extensión infinita a lo largo del eje z. En las superficies $x = \pm h$ de la capa se prefijan las tensiones tangenciales, mientras que la superficie del defecto está libre de las tensiones. La solución de este problema se reduce también a la solución de un sistema de ecuaciones (26) y (27). Las expresiones asintóticas para las tensiones τ_{xz}, τ_{yz} y del desplazamiento w en una pequeña inmediación en el borde de la grieta se determinan mediante las fórmulas (44) y (45).

Analicemos ahora una placa metálica fina, cuya forma coincide con la sección transversal del cuerpo prismático examinado antes (fig. 140, *a*) y supongamos que en sus dos partes opuestas se prefija una corriente eléctrica I_0, con la particularidad de que nos interesa la distribución de las corrientes

en la placa. El «diccionario» que permite, partiendo de las soluciones de una tarea mecánica obtener la solución de la tarea acerca de la distribución de las corrientes se da en la tabla 6.

Esta tabla permite la solución del sistema (26) y (27) convertirla en la solución de la tarea sobre la distribución de las corrientes en una placa sin defectos. ¿Cómo se portará una placa análoga pero teniendo un defecto en forma de grieta (fig. 140, *b*)? El lector guiándose por la analogía contestará que la distribución de las corrientes en las proximidades del borde del defecto será parecido a la distribución de las tensiones (44) que surge en semejante problema mecánico (26) y (27), sustituyendo las designaciones de acuerdo con la tabla.

De esta manera, el defecto en una hoja conductora de corriente conduce a la concentración de las corrientes eléctricas, cuya distribución en el borde de la grieta tiene una peculiaridad característica y es proporcional a cierto coeficiente K_i que puede denominarse *coeficiente de intensidad de las corrientes.*

El efecto de la concentración de las corrientes en las inmediaciones del borde del defecto en forma de grieta se utiliza para frenar las fisuras en los medios conductores de corriente. Así, si una placa conductora con grieta se carga con esfuerzos perpendiculares a la grieta y se deja pasar por ella una corriente, la carga crítica que conduce al incremento de la grieta será

Tabla 6

Variables para la tarea mecánica	Variables para la tarea de las corrientes
Desplazamiento w	Potencial del campo eléctrico φ
Tensiones τ_{xz}, τ_{yz}	Corrientes I_x, I_y
Ley de Hooke: establece la correspondencia entre las deformaciones e_{xz}, e_{yz} y las tensiones τ_{xz}, τ_{yz}, respectivamente, el coeficiente de proporcionalidad μ.	Ley de Ohm: establece la correspondencia entre la intensidad del campo eléctrico E_x, E_y y las componentes del vector de la corriente eléctrica I_x, I_y, respectivamente, el coeficiente de proporcionalidad σ
Deformaciones e_{xz}, e_{yz}	Componentes del vector de la intensidad del campo eléctrico E_x, E_y.
A condición de que el cuerpo no está fijo, las cargas exteriores deben ser autoequilibradas.	A condición que en la frontera de la placa se prefijan sólo las corrientes, existe una condición adicional, conforme a la cual la corriente sumaria que atraviesa el contorno de la placa es nula ("autoequilibrio" de las corrientes).

mayor que para semejante placa, pero en ausencia de las corrientes. El aumento de la

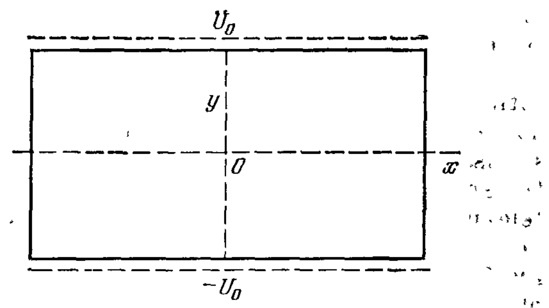


Fig. 141. Condensador plano.

carga crítica puede explicarse si recordamos que en las placas conductoras conforme a la ley de Joule aparecen fuentes de calor. Puesto que el entorno de la grieta es una zona de concentración de las corrientes, la densidad de las fuentes de Joule de calor en ella es mayor que lejos de ésta. Ello conduce a que la zona indicada se calentará hasta una temperatura elevada (casi hasta el punto de fusión) y además, en ella surgirán unas tensiones de compresión que obstaculizan el crecimiento de la grieta.

La tarea sobre la distribución del campo electroestático en un condensador plano (fig. 141) es próxima a la tarea examinada ahora mismo sobre la placa con corriente. No es difícil establecer cierta analogía entre estas dos tareas, a pesar de una diferencia evidente entre las placas conductora y dieléctrica. En particular, en las placas dieléctricas se realiza el fenómeno de perforación, es decir, la pérdida de las propiedades

dieléctricas o la perturbación de la resistencia eléctrica.

Cada uno de nosotros choca en la vida cotidiana con el fenómeno de perforación de los dieléctricos. Quién de nosotros no se disgusta cuando en espera de una buena transmisión por la televisión encuentra el televisor «sin vida». Una de las causas posibles del desarreglo puede ser la perforación de algún condensador, al conectar el televisor a la red eléctrica cuando la tensión en sus armaduras crece bruscamente.

¿Qué significa de por sí la perforación del dieléctrico o dicho de otra manera, la pérdida de la resistencia eléctrica por el dieléctrico? Contestar a esta pregunta es sencillo y complicado. Es sencillo porque cada uno de nosotros tiene una opinión intuitiva sobre la perforación, y complicado porque en la literatura sobre la perforación de los dieléctricos existen varias definiciones de este fenómeno y un conjunto de diversas teorías físicas que la explican. Una de las posibles definiciones de dicho fenómeno se intentará ahora enunciar.

Se sabe que en la naturaleza no existen aisladores perfectos, es decir, medios que no son, en general, conductores de las corrientes. Incluso los buenos aislantes en un grado mayor o menor son conductores de corriente, sin embargo, en comparación con los conductores estas corrientes son centenares de veces menores. Por eso, res-

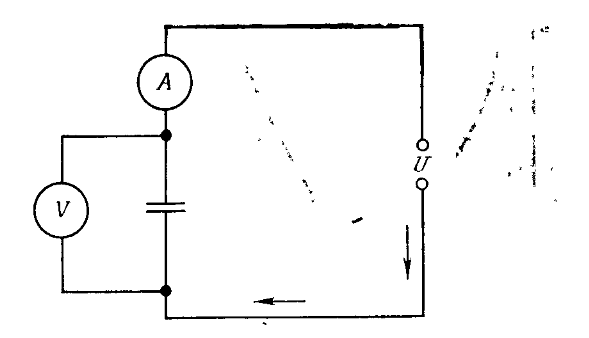


Fig. 142. Circuito eléctrico que permite medir la corriente sumaria que pasa a través del condensador.

pecto a los dieléctricos, tiene sentido hablar de corrientes y, por lo tanto, para cualquier dieléctrico o condensador podemos componer en principio su característica tensión—corriente. Para mayor simplicidad nos limitaremos con un condensador plano (fig. 141) cuando la corriente sumaria que fluye a través del condensador puede medirse de manera relativamente simple, conectando un amperímetro sensible en serie con el condensador (fig. 142). Aumentando suavemente la tensión U en los terminales del circuito y midiendo la corriente i y la tensión ΔU en las armaduras del condensador, podemos construir la dependencia de la corriente respecto a la tensión. En la fig. 143 se representa cualitativamente semejante dependencia. Primero para la tensión $\Delta U < \Delta U_{\text{per}}$ (la sección *1* de la

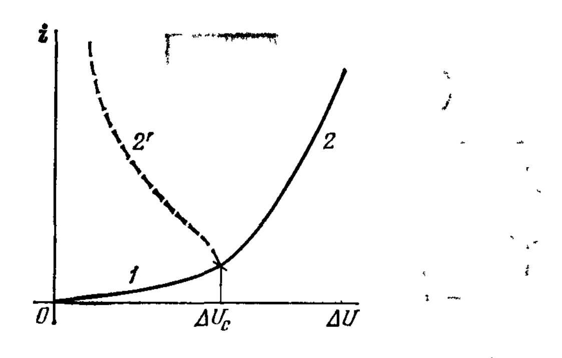


Fig. 143. Característica de tensión—corriente del dieléctrico.

curva en la fig. 143) la corriente en el circuito es bastante pequeña y el condensador conserva sus propiedades dieléctricas. El siguiente aumento de la tensión en las armaduras del condensador conduce a que para $\Delta U > \Delta U_{\text{per}}$ un aumento pequeño de la tensión conduce al incremento considerable de la corriente (sección *2* en la curva de la fig. 143). Otra situación que surge al aumentar insignificantemente la tensión ΔU con relación al valor límite ΔU_{per}, se caracteriza cualitativamente por la curva *2'* en la fig. 143. Señalemos que en los dos casos tiene lugar un brusco aumento de la corriente que atraviesa el dieléctrico.

Si el campo eléctrico en el condensador fuese homogéneo y el dieléctrico entre las armaduras fuese idealmente homogéneo, la

perturbación de la resistencia eléctrica tendría lugar simultáneamente en todo el volumen del dieléctrico. Pero en realidad a causa de la microheterogeneidad del material y la no perfección de los electrodos la perforación (incluso en un campo eléctrico homogéneo) se origina en un lugar, el más débil, y en el dieléctrico se forma un canal conductor que une las armaduras cargadas con signos diferentes del condensador. Por lo tanto, la perforación puede interpretarse como «brotadura» de las superficies conductoras desde un electrodo al otro sin entrar en el propio mecanismo de su formación. Esta representación del fenómeno de perforación es muy consonante a la mecánica de la destrucción, donde la extensión de la grieta se interpreta como el aumento de la superficie inicial bajo la acción de una carga exterior.

Basándose en estos razonamientos y teniendo en cuenta la analogía existente entre las tareas de la mecánica y electrostática de los dieléctricos, puede introducirse el concepto de los coeficientes de la intensidad que caracterizan el campo electrostático en los bordes de los electrodos, así como en el dieléctrico en las proximidades de los extremos de las grietas abiertas finas. Asi, por ejemplo, si un dieléctrico colocado entre dos electrodos con cargas de signos diferentes tiene un defecto en forma de grieta, el campo electrostático cerca de sus bordes se describe mediante las ecuaciones tipo (44) y (45) que tomando en considera-

ción la analogía, pueden **escribirse así**

$$\varphi=\frac{K_q}{\varepsilon}\sqrt{\frac{2r}{\pi}}\operatorname{sen}\frac{\theta}{2},$$
$$D_x=\frac{K_q}{\sqrt{2\pi r}}\operatorname{sen}\frac{\theta}{2},\quad D_y=\frac{K_q}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}. \qquad (117)$$

El coeficiente K_q que depende de las dimensiones geométricas de la tarea y del valor del potencial en la frontera, se llamará *coeficiente de intensidad de la densidad de cargas.* Caminando por el sendero que nos abre la mecánica de la destrucción, supondremos que precisamente el coeficiente de intensidad de la densidad de las cargas es responsable por la perforación del dieléctrico, o sea, por la formación de superficies conductoras entre los electrodos. Señalemos que lo mismo que en la mecánica de la destrucción, el coeficiente K_q introducido está ligado con el flujo energético a través de un contorno arbitrario que abarca el borde del defecto o del electrodo que se gasta en formar una superficie o un canal conductores. Haciendo uso de esta analogía diremos que la perforación del dieléctrico surge cuando la magnitud K_q alcanza el valor crítico, es decir, escribamos el criterio de la perforación como

$$K_q = K_c, \qquad (118)$$

donde K_c es el *coeficiente crítico de intensidad de la densidad de cargas* que es una característica del dieléctrico.

Claro que el criterio propuesto de la perforación de los dieléctricos en forma de

(118) por lo visto no puede describir toda la variedad de los fenómenos de perforación y, al aplicarse a diferentes medios, requiere un perfeccionamiento. En particular, los razonamientos citados antes, cuyo corolalario fue la fórmula (118), no toman en consideración, de ningún modo la posibilidad de formar entre las armaduras del condensador una carga volumétrica que puede crearse como consecuencia del «arranque» de los electrones de la superficie de electrodos, siendo grandes las intensidades del campo eléctrico o formarse como consecuencia de la ionización de ciertos volúmenes del dieléctrico. A la par con ello el criterio (118) respecto al aislamiento de vacío tiene una buena confirmación experimental. Para ilustrarla comparemos los valores de las tensiones de perforación, calculados conforme al criterio (118) y medidos experimentalmente: 350 kV y 384 kV (el vacío es de $1{,}33 \cdot 10^{-2}$ Pa), 290 y 300 kV (el vacío es de $1{,}33 \cdot 10^{-4}$ Pa), 130 y 125 kV (el vacío es de $0{,}66 \cdot 10^{-6}$ Pa). En calidad de electrodos sirven unos discos con radio a situados a una distancia h (los datos se dan para el caso $h = 0{,}2\ a$).

§ 33. ¿Qué hay de bueno en la destrucción?

Los autores de los libros de ciencia ficción para mostrar el fenómeno de todas las partes a veces describen un mir de fantasía en el que dicho fenómeno desaparecía. Con frecuencia el cuadro obtenido resulta ines-

perado y asombra la imagen del lector inexperto. El mundo sin gravitación, descrito por Jules Verne, resultaría sencillamente horroroso: de la superficie de la Tierra, que gira alrededor de su eje, las fuerzas centrífugas arrancarían y arrojarían al espacio el agua y el aire, a la gente y animales, los trenes y automóviles. Si en el mundo desapareciera la fricción todas las ruedas patinarían, la gente se caería al suelo que estaría bárbaramente resbaladizo y todos ellos (a excepción puede ser de los poseedores felices de los abrigos de piel) estarían tirados en él prácticamente desnudos, pues todos los tejidos no se deshacen en hilos separados sólo merced a la fricción.

Nosotros, sin pretender los laureles de los escritores-fantaseadores intentaremos imaginarnos el mundo sin destrucción. Claro que acabarían los terremotos catastróficos relacionados con la ruptura de la corteza terrestre, no se romperían los edificios, no se quebrarían por el medio los buques, no se romperían las manos, los dedos y los dientes. ¡Un mundo perfecto! En cambio, desaparecerían de ese mundo aves (y cocodrillos también), pues los polluelos no podrían romper el cascarón. Los huevos irrompibles conducirían a la decadencia del arte culinario, incluso quedarían sólo los recuerdos de la tortilla. En general no se podría ni cortar el salchichón, ni masticar el pan. Un individuo triste y sin afeitar (pues la cuchilla de afeitar se hizo inútil) podría solamente chupar y lamer, utili-

zando como alimento únicamente las substancias disolubles en el agua. Haría frío y el hielo no se quebraría hasta que el sol no lo derritiese. No funcionarían las centrales termoeléctricas, ya que la extracción de los minerales está relacionada con la destrucción. Incluso se tendría que encender la hoguera de troncos enteros de los árboles. Si este cuadro lo complementasen los literarios profesionales, por ese escenario se podría filmar una película de miedo que sobrecoja el alma.

Después de aclarar toda la importancia y utilidad de la destrucción, regresamos a nuestro mundo real y discutamos brevemente los aspectos beneficiosos del empleo de la destrucción. En la vida cotidiana estamos interesados no sólo en una destrucción bastante fácil, sino controlable con fiabilidad. Como ejemplos de semejante destrucción sirven la apertura cuidadosa sin ayuda del cuchillo de las latas de cerveza o sardinas a causa de haber unas secciones debilitadas del empaquetamiento, la separación de los sellos de correos exactamente por las perforaciones o la apertura del detergente apretando con el dedo el lugar rodeado de perforaciones en la caja. Las amas de casa se enfadan mucho si esas perforaciones no son bastante profundas o no existen por completo y la parte que dice «Abrir aquí» está rodeada por línea de puntos hermosos dibujados en la superficie. Otro ejemplo bien conocido de la destrucción predicha lo ofrecen los para-

brisas de automóviles sometidos a un tratamiento especial que se deshacen en las averías en unos trocitos ligeros que no son peligrosos y no se rompen en grandes fragmentos estirados tan característicos para el vidrio corriente que se parecen a unos cuchillos afilados. Destruimos conscientemente sacando la punta del lápiz, triturando en el mortero las substancias aromáticas o colorantes antes de confeccionar los preparados culinarios o cosméticos, así como puliendo, limando, etc.

Utilizamos la destrucción controlable en el arte al desmenuzar los colorantes para componer la pintura, al tallar en facetas las piedras preciosas, así como al crear esculturas de mármol, madera o granito. La destrucción no controlable sólo de modo casual conduce a los resultados estéticamente atrayentes. Especulando en que a la gente le puede gustar la red de fisuras en la cerámica esmaltada o en la superficie de los cuadros de los antiguos maestros, los «entendidos» (con el fin de crear el efecto de autenticidad) elaboran los jarrones y los cuadros de una manera especial *).

En la industria la destrucción es útil en la trituración, el molido y la perforación. Un grado elevado de desmenuzamiento de los componentes contribuye a la completa solución, aumenta la velocidad de las reac-

*) Recuerden, por ejemplo, la famosa película policíaca «El retorno del «Santo Lucas»».

ciones químicas y aumenta la resistencia mecánica del cemento. Ya mencionamos que los gastos en compensar el daño de las destrucciones catastróficas, así como en prevenir las destrucciones se valoran en EE.UU. en una suma enorme, del orden de un 4 por 100 del producto nacional bruto. Pues en una suma aún mayor, aproximadamente, un 5 por 100 del producto nacional bruto, se estima el coste de las operaciones realizadas que están ligadas a la destrucción controlable en las ramas de la industria de construcción de maquinaria (corte, pulido, bruñido, maquinado en el torno de los metales y no metales, etc.).

Se formó una situación bastante rara. Por una parte, se hacen unos esfuerzos considerables y se alcanza un progreso notorio en la comprensión del fenómeno de la destrucción, en la creación de los métodos científicamente argumentados para elegir los materiales y parámetros estructurales que garantizan la seguridad de la construcción en el transcurso de todo el plazo calculado de su funcionamiento. Pero, por otra parte, hubo mucho menos intentos de investigar los factores que facilitan la destrucción en los procesos tecnológicos y crear los métodos de optimización de la forma del instrumento, los regímenes de maquinado, elección de los medios activos, etc. Esta dirección no despierta el interés merecido en los especialistas de la mecánica y física de la destrucción, por eso en esta esfera los ingenieros-prácticos van hacia adelante em-

píricamente a obscuras. Mientras tanto los resultados ecónomicos relacionados con el aumento de la eficacia en la trituración, el corte, la agitación, el molido o maquinado del metal son de miles de millones de rublos.

Examinemos las posibilidades de elevar la eficacia de algunos procesos industriales importantes a cuenta de la optimización en utilizar la destrucción. Todos sabemos que la explosión sirve con éxito al hombre, al extraer el carbón, la mena y otros minerales. No obstante, la explosión mal calculada conduce a que la roca de explosión va donde caiga, las dimensiones de los fragmentos peligrosos disipados son las más diversas, lo que es incómodo para el posterior tratamiento (véase la fig. 144, *a*). Al contrario, si la explosión está bien preparada, transcurre sin la dispersión de la roca con buena fragmentación de los trozos y un desprendimiento cuidadoso de la roca (fig. 144, *b*). Para esa explosión las vibraciones de la superficie terrestre circundante son mínimas, lo que disminuye la acción negativa sobre la naturaleza, el hombre, los edificios y obras.

Los esquemas teóricos principales que se usan en la descripción de la explosión en un sólido se reducen a simular: 1. El agrietamiento de la roca durante la propagación de las grietas de ruptura normal (que se dispersan hacia todos los lados de la carga de la substancia explosiva) que estallan por la presión interna de los gases for-

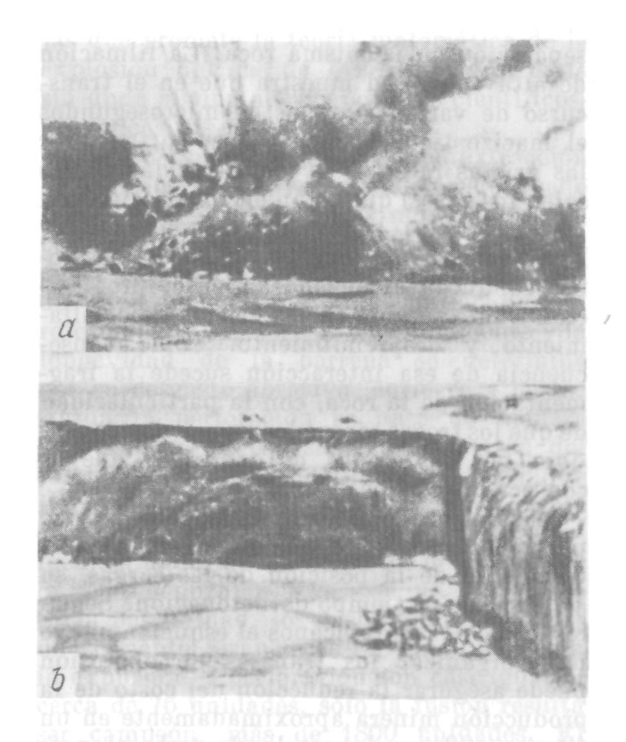


Fig. 144. (*a*), explosión mal calculada; (*b*), explosión bien calculada.

mados durante la explosión. 2. El desprendimiento de trozos de la roca, al reflejarse las ondas de compresión respecto a la superficie libre, que vienen del centro de la explosión. 3. El agrietamiento debido a la formación de las grietas de cizallamiento transversal durante la interacción entre las ondas de compresión y las superficies de

separación en la misma roca. La filmación de alta velocidad muestra que en el transcurso de varias centenas de microsegundos el macizo tiene tiempo de ser cortado por las grietas radiales (a través de las cuales salen los gases) que están en interacción con las superficies libres, las de separación y heterogeneidades, que las ondas de tensiones conducen al engendramiento, propagación e intersección de las grietas de cizallamiento y desprendimiento. Como consecuencia de esa interacción sucede la fragmentación de la roca, con la particularidad de que los trozos separados siguen destruyéndose por las ondas de tensiones que se conservan en ellos.

Desde el comienzo el modelo teórico permitió enfocar de una nueva manera la definición de la posición de las cargas, su potencia y el tiempo de detonación. Según los datos norteamericanos el esquema nuevo para organizar los trabajos de explosión puede asegurar la reducción del costo de la producción minera aproximadamente en un 10 por 100, en la escala de todo el país puede dar una economía más de 250 millones de dólares anualmente. Las estimaciones cuantitativas exactas requieren una investigación profundizada de la resistencia dinámica y a las grietas de las rocas montañosas durante el cargamento a gran velocidad, y una solución de las tareas dinámicas no lineales complejas sobre la propagación de las ondas no estacionarias de una amplitud grande. No obstante las enormes venta-

jas que promete la teoría matemática de la explosión óptima de los sólidos estimula sin duda alguna a trabajar a los científicos-mecánicos en esta dirección.

Otro método conocido de la extracción de los minerales útiles y la mena está ligado con el sondeo de las rocas montañosas. La perforación más difundida es la rotativa, cuyo carácter depende en gran medida del tipo de roca: en una muy rígida el rompimiento sucede casi continuamente y la longevidad de la barrena se determina por su desgasto abrasivo, en la roca menos rígida la perforación se hace de manera irregular y por eso sobre la duración del instrumento influye también la fatiga de impacto. Es curioso comparar los gastos energéticos en extraer una unidad de volumen del material. Si los gastos de un minero que desmenuza la roca con una azada se toma por unidad, los gastos de un taladrado corriente serán unas 63 unidades, para la explosión y perforación son casi iguales, cerca de 76 unidades, sólo la fusión resulta ser campeón: más de 1800 unidades. El espacio para el trabajo de los inventores es enorme, sin embargo el coste real de la extracción se determina, generalmente, por otros factores. Por ejemplo, durante la perforación profunda los gastos energéticos no superan un por ciento de los gastos totales y no pueden compararse, supongamos, con las pérdidas de las horas muertas al cambiar el instrumento de perforación.

Debe ser muy fructífera la dirección relacionada con el uso de los líquidos activos desde el punto de vista quimiomecánico (véase el § 24) cuando a causa del efecto Rebinder (descubierto ya en 1928 por el académico P. A. Rebinder y que lleva su nombre) se alcanza el coeficiente mínimo de fricción entre la barrena y la roca montañosa. El plazo de servicio de la barrena y las condiciones de aplicación de las soluciones tensoactivas, elegidas minuciosamente, puede crecer 3...4 veces, mientras que el costo de la perforación de un pozo de 900 metros se reduce casi el doble. La optimización del proceso de perforación, utilizando los líquidos activos desde el punto de vista quimiomecánico, requiere la solución de un problema matemático complejo, teniendo en cuenta las ecuaciones de la dinámica de adsorción. Debido a la elección incorrecta de los parámetros de la barrena y el régimen de la perforación, el efecto de adsorción puede no manifestarse por el hecho de que las moléculas de la substancia tensoactiva no tienen tiempo en alcanzar las superficies recientes de la destrucción y efectuar la quimiosorción en ellas hasta la siguiente pasada de la arista cortante del instrumento.

La argumentación teórica es muy importante para asegurar la eficacia de los procedimientos, otros en principio, de la perforación. Examinemos, por ejemplo, la denominada perforación ígnea que se efectúa actuando con un chorro de gas de alta tem-

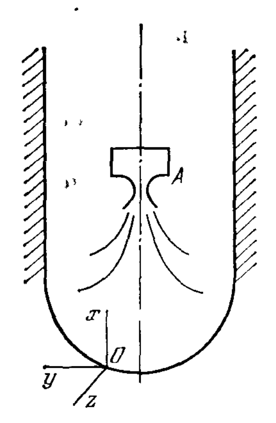


Fig. 145. Perforación ígnea (destrucción de la roca frágil mediante un chorro de gas de alta temperatura).

peratura sobre la roca (fig. 145). La teoría de ese método fue desarrollada por G. P. Cherepánov en 1966. El cálculo muestra que el régimen más eficaz de la perforación ígnea es cuando la roca no se funde, sino que se tritura con fragilidad en trozos pequeños bajo la acción de las tensiones de temperatura en la zona del calentamiento intenso. Para el cálculo se necesita una solución común de la tarea sobre el flujo del gas y la tarea de la destrucción frágil de la roca.

En la perforación el papel central le pertenece a las cuestiones de la longevidad del instrumento y la eficacia económica. Por ejemplo, en el periódico «Literatúrnaya gazeta» (N° 10 del 4.03.87) fue descrita una

historia aleccionadora de una perforadora eléctrica de vibración:

«En el centro de la pantalla de cine apareció un punto blanco que comenzó a crecer y crecer, saliendo de él una cifra 140 000 000. La voz detrás de la imagen comentó solemnemente que semejante ganancia en cálculo monetario obtendría el país si por lo menos la tercera parte de las máquinas perforadoras estuviesen dotadas de dispositivos de vibración.

Y he aquí la barrena-prodigio en acción. Como si fuese un cuchillo incandescente en la mantequilla, la barrena perforadora se clava en la tierra. Pero eso no es un truco cinematográfico. Los testigos afirman que en realidad ese espectáculo es aún más cautivador. Primero se mostró el día de ayer: una barrena corriente con trépanos perforadores desmenuzaba débilmente el granito. Pero en la pantalla aparecía ya el día de mañana: la perforadora eléctrica de vibración que inventó V. O. Málchenko. En minutos contados el granito ya está perforado de parte a parte».

Si estuviese ya entonces, en 1972, entre los espectadores no sé si me hubiese contenido de quitar el sombrero ante la novedad. Nos gustan las demostraciones evidentes. Y a nuestros ojos les creemos mucho más que a las palabras y papeles. A la plazoleta de demostración vinieron las personas responsables, o sea, los ministros y jefes de las Direcciones Generales. Ellos han visto la barrena-prodigio en acción, han creído a sus

ojos y por eso al regresar a los gabinetes con abnegación trabajaron para introducirlo en la industria más rápido posible la máquina.

La gente no abrumada con cargos también quería ser en algo útil a la perforadora de vibración. «En aquel entonces parecía que no había nada más importante en el mundo entero, —me contaba uno de los constructores. Por eso yo entre tantos como yo sin pensarlo mucho ofrecí a Málchenko mi ayuda. Estábamos convencidos de ocuparnos de un verdadero trabajo». Se unieron las empresas, los departamentos y las organizaciones. Comenzó una marcha triunfante de la nueva barrena perforadora.

Juzguen Ustedes mismos. En 1972 el modelo en acción mostró por primera vez sus prodigios. Al cabo de un año la máquina se sometió a prueba en un combinado de enriquecimiento del mineral y en la ciudad polar de Olenegorsk. Se crea una oficina de diseño tecnológico especial en la que Málchenko se nombra subjefe. Aún no se obtuvieron los resultados definitivos de las pruebas, como ya se recibió el permiso del Gobierno en construir una planta del correspondiente perfil. Más tarde surge la entidad científico-industrial de la URSS «Potentsial». Se toma un programa integral en crear e introducir en la economía nacional la técnica electrovibratoria hasta 1985.

Principio del año 1987. En las empresas mineras no hay ni una perforadora de vibración que funcione. ¿Por qué?

¡Ah! Si alguien en 1972 después de ver la perforadora de vibración hubiese mirado la otra cara de la maravillosa decoración. Resulta que a la máquina se le suministraba una potencia superlímite y en el transcurso de un lapso corto en este régimen daba un rendimiento bárbaro. Pero pronto se recalentaba y perdía sus propiedades útiles. Subrayo: perdía. Es decir, taladraba dos agujeros, pero en el tercero perdía la fragancia. A propósito, nunca se llegó al tercer agujero, pues a los presentes todo les parecía estar claro: en la perforación estalla la revolución.

Al someter la perforadora de vibración a prueba en la cantera minera, lo principal también fue el efecto demostrativo. Se hacía todo para hacer resaltar lo atrayente de la nueva máquina. Decenas de personas y una cantidad de técnica aseguraron su funcionamiento.

En lo adelante resulta todo más complicado.

La muestra de prueba de la barrena perforadora se anuncia válida para la aplicación universal. Basándose en los efectos demostrativos se calcula el efecto económico que se expresaba en cifras astronómicas. En eso se reconoce que a la perforadora eléctrica de vibración le pertenece el futuro. Comenzaron a proyectar la planta...

Cuando ahora las comisiones, una tras otra, intentan comprender la historia de la creación de la perforadora eléctrica de vibración, les sorprende ante todo la ausencia

de un estudio diseñador profundo y argumentado. Descubrieron un conjunto casual de ideas ingenieriles no enlazadas entre sí por una idea dirigente...

A propósito, lo que había con exceso en esta historia eran ceros. 20 000 000 de rublos se gastaron para crear la perforadora eléctrica de vibración. La confección de un dispositivo de vibración cuesta casi 35...40 miles de rublos. Pero funciona dicho dispositivo sólo 500 horas, después de lo cual se tira ya que no se puede repararlo. Semejantes gastos se recuperarían si en la cantera se explotase oro, pero no el mineral de hierro. Compárese: el conjunto de las barras perforadoras que se usa hoy en día con el plazo de servicio casi el mismo cuesta 2700 rublos...

Los norteamericanos en su tiempo se interesaron por las perforadoras eléctricas de vibración. Después de gastar unos 10 millones de dólares comprendieron que el método de perforación es extremadamente caro y no eficaz. Se terminaron las búsquedas.

La exposición «Interelectro—78», donde se mostró el modelo de la barrena perforadora de Málchenko la visitó el vicepresidente de la firma norteamericana que fabrica el equipo de perforación. La demostración terminó, el vicepresidente se sonrió, estrechó la mano de los representantes y se fue a otros pabellones. Es interesante ¿por qué se sonreía el «representante de la casa comercial»?»

Resulta que muchas contrariedades relacionadas con la confección de la perforadora de vibración podían evitarse, realizando un cálculo previo de la durabilidad de fatiga. Partiendo del cálculo según la metodología semejante a la descrita en el § 23, puede obtenerse la dependencia entre la durabilidad del instrumento de trabajo y la potencia que se le suministra. Las estimaciones aproximadas indican que el funcionamiento de la perforadora eléctrica de vibración será ventajosa desde el punto de vista económico sólo en el futuro, después de recibir materiales de alta resistencia mecánica nuevos en principio.

Como un ejemplo de la aplicación racional de las representaciones basadas en la mecánica de la destrucción es la solución del catedrático S. S. Grigorián y sus colegas del Instituto de la mecánica de la Universidad M. V. Lomonósov de Moscú, de una tarea aplicada de la economía nacional. Está dedicada a la elaboración de un procedimiento eficaz de liquidación del llamado agarre de la herramienta perforadora, es decir, una avería desagradable y ligada con grandes pérdidas de recursos y tiempo, que surge con frecuencia al perforar los pozos profundos de petróleo y gas natural. El agarre se manifiesta en que en cierto momento, al realizar las operaciones de perforación, la columna perforadora en el pozo pierde la movilidad, o sea, resulta imposible darle vuelta, ni desplazarla en dirección axial en el pozo, es decir, la columna

queda a cierta profundidad realmente «agarrada».

Las causas y hechos que conducen al agarre son numerosos y diversos, lo general para todos los tipos de agarre es que la columna en cierta extensión resulta enlazada con suficiente rigidez con la pared del pozo. El papel de "cola" que une la columna perforadora con la pared lo efectúan las costras arcillosas, que se forman de la solución arcillosa, que circula en el pozo durante la perforación, partículas de roca montañosa que fueron perforadas o desmoronadas de las paredes del pozo. A pesar de que la resistencia mecánica específica del material de dicho enlace no es grande, a causa de una longitud grande de la sección de agarre el esfuerzo axial sumario resultante (que podría destruir la costra a lo largo de toda la longitud de la sección agarrada) es con frecuencia tan considerable que resulta prácticamente imposible aplicarlo a la columna perforadora: la resistencia mecánica de la propia columna se convierte en un factor restringente, ya que la aplicación de unos esfuerzos grandes conduce primero al desprendimiento de la columna, mientras que el esfuerzo que libere del agarre no se alcanzará.

Esta circunstancia es la causa fundamental de las dificultades en la lucha contra el agarre, con la particularidad de que hasta hace tiempo no existían medios eficaces de liquidar el agarre. Éste surge con bastante frecuencia y después de muchos intentos

vanos de liquidarlo, por lo general, se corta la parte libre de la columna (sobre la sección de agarre) y se comienza a perforar desde ese lugar un pozo paralelo, así que todo lo que se hallaba más abajo de la sección de agarre permanece enterrado sin utilidad alguna. Es necesario señalar que un metro del pozo perforado cuesta centenas de rublos y los volúmenes de sondeo son bastante grandes. De esta manera las pérdidas resultantes relacionadas con el agarre se expresan mediante cifras imponentes, por lo que el problema de la lucha contra el agarre es uno de los principales en la perforación.

La idea inicial del catedrático S. S. Grigorián y sus colegas consistía en lo siguiente. Si es imposible arrancar la columna de la pared del pozo, aplicando de una vez la fuerza estática, puede intentarse romper el enlace de la columna con la roca por partes mediante una aplicación sucesiva a la zona de agarre de varias influencias dinámicas de fuerza, emitiendo por la columna unas ondas elásticas intensas. La realización práctica de esa idea es muy elegante y consiste en lo siguiente. Al tensar la columna agarrada mediante los esfuerzos axiales considerables toda la parte libre del agarre de la columna, estirándose, acumula una energía suficiente de las deformaciones elásticas. Es suficiente liberar bruscamente la columna del efecto del esfuerzo axial como «al desprenderse» la energía elástica se transforma en energía cinética del movi-

miento de los elementos de la columna en las ondas elásticas que surgen. De esta manera la propia columna perforadora se convierte en acumulador de energía para generar unas ondas elásticas potentes que, llegando al lugar de agarre, destruirán el enlace de la columna con la pared del pozo.

Para ejecutar este esquema se necesitaba coger sólo un dispositivo que pudiese introducirse en la composición de la columna perforadora y efectuase un desenganche rápido de las partes de la columna unidas a ese dispositivo, al alcanzar el esfuerzo axial su valor prefijado. El valor crítico del esfuerzo axial se determina, resolviendo la tarea dinámica de la mecánica de la destrucción para un tubo de acero, unido rígidamente en una sección con una roca frágil circundante que contiene evidentemente ciertos defectos en forma de grietas. El dispositivo descrito llamado excitador de las vibraciones elásticas (EVE) fue diseñado, fabricado, sometido a pruebas y entregado a la industria.

La construcción del EVE es extremadamente sencilla y no contiene ni lubricantes, ni piezas de precisión, no requiere condiciones singulares de funcionamiento y mantenimiento. Su eficacia resultó ser sorprendentemente elevada: ya las primeras muestras del dispositivo permitieron liquidar una serie de agarres de una categoría superior de complejidad, a causa de los cuales la perforación de los pozos que sufrieron avería fue interrumpida para varios meses.

En 1976 el EVE fue sometido a pruebas por una comisión interdepartamental nombrada especialmente por el Comité Estatal de la Instrucción Pública de la URSS y el Ministerio de la Industria Petrolera de la URSS, valorado altamente y recomendado a la producción en serie. Su licencia se vendió a la República Popular de Hungría, la patente fue obtenida en Canadá, EE.UU., Holanda, Japón, Inglaterra y Francia.

La trituración y el desmenuzamiento industrial constituyen un problema científico-técnico complejo y muy importante desde el punto de vista económico. La ejecución exitosa del programa de investigaciones en esta rama está relacionada no sólo con la solución de las tareas sobre una destrucción frágil al comprimir las partículas de la substancia, sino también con el problema de ingreso del material elegido a la zona de cargamento, así como la eliminación de allí de las partículas trituradas y desmenuzadas. Muchos métodos existentes de molido son muy poco eficaces, ya que sólo una parte pequeña de la energía consumida se gasta en el desmenuzamiento, es decir, en la creación de nuevas superficies. Las mayores dificultades en comprender están ligadas al mecanismo de la destrucción que se realiza durante la interacción de los campos de las tensiones comprimibles, las tensiones térmicas o mecánicas iniciales, asimismo de los medios ambientes. Las teorías existentes de desmenuzamiento se fundamentan en que para obtener ciertas partículas desmenuzadas

se requiere gastar más energía que para recibir las partículas grandes. Desde el punto de vista cualitativo eso se desprende de que las partículas desmenuzadas se obtienen, triturándolas de las mayores, pero la capacidad de las partículas de absorber la energía elástica que se gasta en la extensión de las grietas, disminuye linealmente al reducirse el volumen de las partículas. Evidentemente, se reduce el tamaño del defecto característico. Las tensiones residuales provocan una destrucción durante la descarga, pero ello aumenta la tendencia a formar unas partículas relativamente más grandes (fig. 146). La transmisión de los esfuerzos comprimibles que provienen de los mecanismos de carga a las partículas transcurre con poca eficacia, por ejemplo, para desmenuzar las partículas en un molino de bolas se gasta sólo la décima parte de la energía consumida.

Están poco estudiadas las posibilidades de utilizar las substancias activas químicas para el desmenuzamiento más eficaz. Semejantes substancias permiten luchar con éxito contra la «sinterización» de las partículas desmenuzadas que estorba no sólo al transporte, sino incluso al descargar la tolva del molino. Hay datos sobre la influencia de las substancias tensoactivas sobre el propio proceso de destrucción de las partículas. Es sobre todo importante la solución de todo el conjunto de problemas químico-físico-mecánicos para el desarrollo de la metalurgia de polvos de las aleaciones con una

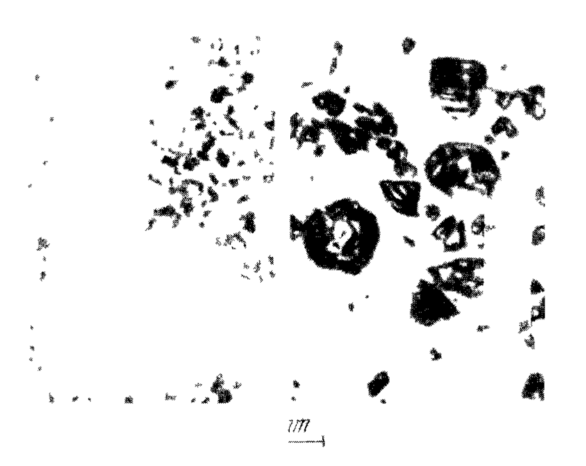


Fig. 146. La destrucción durante la descarga aumenta la tendencia a formar partículas más grandes.

gran tenacidad y resistencia contra la corrosión.

No es menos complejo el problema del incremento de la eficacia en la elaboración de metales por una herramienta cortante. Aquí en el juego participan muchos factores: las propiedades de los materiales de la pieza bruta y de la herramienta de filo, la geometría de esta última y la velocidad del corte. Introduciendo en el acero ciertas adiciones, por ejemplo, de plomo o azufre se puede mejorar esencialmente su maquinado. La teoría del corte de alta velocidad también requiere un desarrollo. Por lo visto, debido a un recalentamiento local intenso durante el corte a una velocidad del orden de 80...90 rps no sólo se mejoran

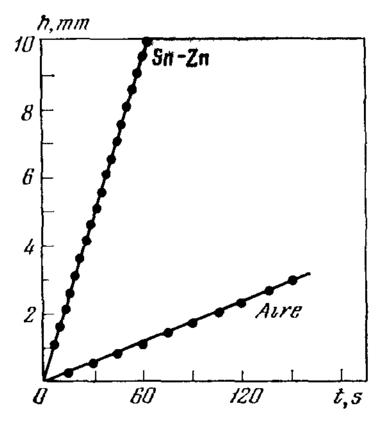


Fig. 147. Hundimiento de la broca en el acero inoxidable en función del tiempo de taladrado en el aire y en la eutéctica líquida de Sn — Zn.

las condiciones del maquinado del metal, sino sencillamente se hace posible el mecanizado eficaz de algunos metales que son muy difíciles para maquinar a velocidades corrientes.

Un procedimiento perspectivo del aumento de las velocidades del maquinado de metales es el empleo de los metales líquidos activos. Es suficiente mirar simplemente la gráfica de las velocidades de inmersión de la broca en el acero inoxidable en el aire y en la eutéctica líquida Sn — Zn con 200 °C para comprender la atracción de semejante mecanizado de los metales, pues las velocidades crecen aproximadamente 8 veces (fig. 147). Para practicar el cobre y aluminio el uso de la eutécti-

ca In — Ga — Sn promete un incremento de la velocidad del taladrado ya de 100 veces. Claro que en este caso los científicos e ingenieros deben contornear muchos escollos. Verbigracia, es necesario asegurar que, al utilizar los metales líquidos, se convierta en frágil la superficie de la pieza bruta, pero de ninguna manera la de la herramienta. La propia eutéctica debe eliminarse minuciosamente del artículo acabado, de lo contrario éste puede destruirse durante el funcionamiento a causa de la fragilidad líquido-metálica. Aquí puede resultar muy interesante un enfoque nuevo, propuesto por E. D. Schukin con los colaboradores que consiste en introducir las partículas de las aleaciones activas de baja temperatura de fusión directamente en un medio lubricante estándar que se usa al maquinar los metales. En la zona de contacto entre la herramienta y la pieza bruta estas partículas se funden y contribuyen al corte, lo que aumenta bastante la duración y la velocidad de maquinado sin empeorar la resistencia mecánica y fiabilidad del artículo.

Así, pues, la destrucción es un fenómeno extremadamente útil que hasta ahora no aprendimos a controlar. Y son totalmente insuficientes los esfuerzos de los científicos, ingenieros y técnicos que están dirigidos no a luchar contra la destrucción, sino a utilizar sus aspectos positivos.

La ciencia joven, «Mecánica de la destrucción», se desarrolla de la teoría a la práctica y viceversa, moviéndose impetuo-

samente hacia adelante. Me pareció a destiempo escribir la conclusión para este libro. En lugar de ello decidí nombrar algunas monografías que podrían ser útiles para un conocimiento posterior de la mecánica de la destrucción y la obtención de resultados independientes.

A los que les interesa una exposición más asequible de la mecánica de la destrucción les aconsejamos leer los siguientes libros y artículos, cuyos títulos se ofrecen en la bibliografía.

Estimado lector, si mi libro le ayuda a trabar conocimiento con las ideas de la mecánica moderna de la destrucción, sus aplicaciones y posibilidades prácticas, convirtiéndose en un estímulo para el posterior trabajo en esta rama fehaciente del saber, mi propósito se verá cumplido.

Bibliografía

1. Финкель В. М. Портрет трещины. М., 1981.
   (Finkel V.M. Retrato de una grieta.)
2. Зацаринный В. П., Акопов А. И. Атланты держат небо. М., 1979.
   (Zatsarinniy V.P., Akópov A.I. Los atlantes sostienen el cielo.)
3. Партон В. З., Морозов Е. М. Механика упругопластического разрушения. М., 1985.
   (Partón V.Z., Morózov E.M., Mecánica de la destrucción elastoplástica.)
4. Никишков Г. П., Морозов Е. М. Метод конечных элементов в механике разрушения. М., 1980.
   (Nikishkov G.P., Morózov E.M. Método de elementos finitos en la mecánica de destrucción.)
5. Siratori M., Miyosi T., Matsusita J. Mecánica de cómputo de la destrucción. Editorial "Mir", Moscú, 1986.
6. Черепанов Г. П. Механика разрушения композиционных материалов. М., 1983.
   (Cherepánov G.P. Mecánica de la destrucción de los materiales de composición.)
7. Работнов Ю. Н. Введение в механику разрушения. М., 1987.
   (Rabotnov Yu.N. Introducción a la mecánica de la destrucción.)

A nuestros lectores:

Mir edita libros soviéticos traducidos al español, inglés, francés, árabe y otros idiomas extranjeros. Entre ellos figuran las mejores obras de las distintas ramas de la ciencia y la técnica, manuales para los centros de enseñanza superior y escuelas tecnológicas, literatura sobre ciencias naturales y médicas. También se incluyen monografías libros de divulgación científica y ciencia-ficción,

Dirijan sus opiniones a la Editorial Mir, 1 Rizhski per,, 2, 129820, Moscú, I-110, GSP, URSS.

El siglo XIII... En la ciudad francesa de Beauvai
se derrumbó la torre de una de las catedrales gótica
más grandes construida por todos los canones de l
arquitectura gótica clásica y con toda la posibl
precaución, pero desconociendo las leyes de la re
sistencia de las estructuras portantes (por ejemplo, la
relaciones entre las longitudes de los tramos y la
áreas de las secciones).

Si el presente libro le ayudó a comprender la
ideas de la mecánica moderna de la destrucción, su
aplicaciones y posibilidades prácticas, convirtiéndos
en un estímulo para el posterior trabajo en esta ram
fehaciente del saber, el propósito del autor se ver
cumplido.

ISBN 5-03-000689-